

نخبة الشعر في
الأصوات الهندسية

١١٣٥

www.D.Ti

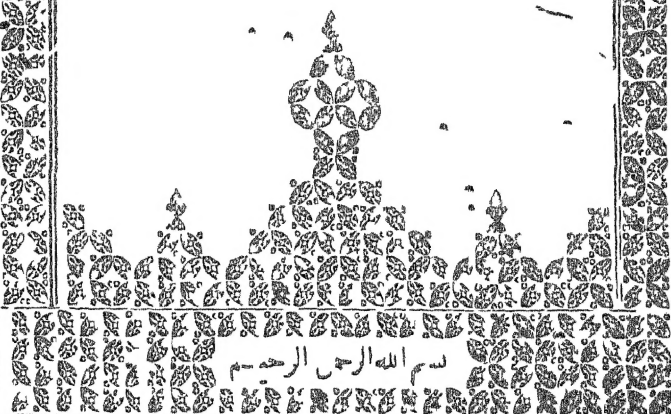
مكتبة أديب

قائمة الكتب

الأدب

1130
51A

على عرب آلهة في امرين من ارامه المعدلين بالخرامدار الثلاث
على مسابقة في ارا الحصى كتابي أهول الهندية كرس عساراه على
السهول المؤسفة ويكون مذهب المذاهب حذات الترتيب
في القاصي والداني ويكون اعطه في حقل دهم الهامة العالي
أدار باعني ترتيبه بالهمة صاحبه الهندية فالت امره بالامسال
واحتفل به كل الاحتمال واعتقدت جميع هذه الكتاب ليكون عمده
لدوى الامان وانتمت من كتب شتى منها كتاب اقلدس الشهير
وكتاب لا ترو را صاحب الفهم السرير وكتاب السهر رات كوير وكتاب
المهندس ورس صاحب الفهم المأثور وكتاب السير اوى اشهر دواب
ومشى في كتابات الشهير بلانين اليتروف التي تأليفه بالسلامة
موصوف وكتاب الشهير بلانتي وعبر ذلك من المزايا العربية وانه
الهندية دوات العقود الفريدة وكان عمده في هذا التاييف كتاب
في اصول الهندية جامع لما فيه وصاياه كل مهتم من القديما والاسماء
وقد اهتم سأل في هذا الكتاب الاخير المهندس ليراد العربية الشهير
بمسوف دمايه وفريد نظرائه واقائه وذلك لما شتمل عليه من كثرة
المسائل وقلة الاقفاط والمسا في عمق ما اعصر من من من الكتب
بسهولة الاسلوب البسيط لذلك طبع حديثه ناوس اربعة عشر مرة
زيادة الحسين والتهذيب في كل مرة وكانت الطبعة الرابعة عشر في سنة
١٨٤٥ م سيجية المراجعة سنة ١٢٦١ م بمعرفة فاعادته من كل كانه
احسن وطالب وحديث ما لا حاجة اليه ولا معمول في بعض اصدده تعليمه
بينة تريناسر الخطر وروفي الخطر وعبر من هذا الكتاب المانع
في المسافر بحث الخطوط المتوارية وبحث ثمانين في طيات الاوار
في جنته في تسهيل راهبه على قدر الامكان وامعيت المطرود في كل
لامعان واصفت للمقالة الثالثة ديم في نظرية ضرورية في العلوم المطربة
والعملية وفي تطبيق العلوم الرياضية على العلوم الطبيعية لاسيما في الخواص



بسم الله الرحمن الرحيم

الحمد لله مدد الخلق في العالم ما كان وما هو كائن وما هرات يستخرج
الاشياء في غاية الاتقان ومبررها من حقاء العلم الى ظهور العيان جعلها
في غاية الاحكام وهرت العدل بما فيها من يدبج الانظام ان في ذلك
لايات لاولى الالهي وارشاد من الى الخطا الى سائر الصواب والصلاة
والسلام على طه ذرا الوحد ومطلع شمس النبي والوجود فسقط
نقطة قلم الالهيات ومنع الحكم والرياضيات بحمد المحدث باشكال
العوائل المؤلمة في الالهيات والادلائل وتوهم آله اولى القوة واليقين
المربى عن كل عرص يسى ثم الهدى لخصرة صاحب الحرم والراى
السديد مولى الديار المصرية الصمد السديد هو كدائرة الملائكة المستند من
تقلب على سائر الجياد والدلائل القائم على مشور بسطة العدل في تلك
الديار التي بلغت همته العناية القموى في النهى أيد الله احكامه وثبت
على صراط الصدارة اقدامه وبعد فيقول الفقير الى رحمة الله عبد الممدى

2

(في الاصول الهندسية)

المقالة الاولى في خواص الخطوط المستقيمة ودساوي المثلثات وخواص

الشكل الرابع

(- دود)

(حد ١) الجسم مائة ابعاد ثلاثة هي الطويل والعرض والعمق اي المثلث

(حد ٢) المير هو الفراغ الذي يشغله الجسم

(حد ٣) سطح الجسم هو الحد العارقي بمذوي المحيط به الملاصق وبه ماره

اخرى ماله طول وعرض فقط

(حد ٤) الخط ملحق سطرين وبمازاه اخرى هو طول فقط

(حد ٥) النقطة ملحق خطين

(حد ٦) كل من الختم والسلم والخط يعثر مجزءا عن المادة

(حد ٧) يطلو اسم الشكل على الختم وعلى السطح وعلى الخط

(حد ٨) موضوع الهندسة الاشكال من حيث مساحاتها اذها

ومعرفة خواصها

(حد ٩) الخط المستقيم اقرب من غيره من الخطوط في مسالته الى

(الشكل ١)

(حد ١٠) الخط المنكسر خط من خطوطه منتهية ليست على

استقامة واحدة مثال الخط ا ح د ز من (الشكل ٢)

(حد ١١) الخط المنحني ما ليس مستقيما ولا منكسرا مثال الخط ا ب د ه

من (الشكل ٣)

(حد ١٢) المسوى كل سطح اكر منتهى المستقيم عليه في سائر جهاته

وبعبارة اخرى هو سطح اذا اراد ان يذلل الى ارضه في ارضه

يطبق هذا المستقيم في اذهابها تاما

(حد ١٣) السطح المنحني ما ليس مستويا ولا مسويا

(حد ١٤) الزاوية مسافة واقعة بين مستقيمين متقاطعين وبعبارة

الله سبحانه وتعالى لا شفعة الصالحة ولا شفعة الفاسقة في عمله
 دعاوى علمية أخرى غير الأدلة تنسبوا صحت إلى ذلك ما جاد به فكريس
 الامانة حيدته دلائل المانع الجديدة وشرحها تنقيب الدعاوى العلمية
 لم تخل من مناقلة الثالثة من الاول الى الهندسية معقبة برسائلهم الى
 مايرام في هذا المرض الجديد المرام وحملت للمقالة الرابعة الى
 له حيدته المقابلة الثالثة تأدية تامة فمما قد ساد به حيدته على قواها حيدته
 مشروح في الدعاوى المشهورة وادعائها مشروح عقد المقالة الرابعة
 المدونة وحملت كليا ينسب الى كل مقالة من الاشكال صغر داعمها
 عدة ادعاءات لا تلبس بالاشكال واستندت في تحرر الماطة ومما به
 وتم دسب عباراته ومجانيه وكما ارضى كل من سمعته أو اوصاه وجمعه
 وحرره على يدرة الشيخ اراهيم الدسوقي صاحب الفهم الثاقب والاحكام
 ابله في هذا الله واذا بالاراد شافيا على الصادق شافيا على الايام وفي السهم
 صاحب الدولة والهم وانما نرى حماه العصور الحمد لله على المنة
 والمسور والمناجيات المصالح ليس وشاح الحتام وسمعه بحمدته بالحكمة العربية
 في تمهيد الاول الى الهندسية في الله المنة في جواب رايه ما لم يدر

راويتين فائتين

(حد ١٩) الراويتان التاميتان هما راويتان مجموعهما يساوي رواية فائ.

(حد ٢٠) الخطان المتواريان خطان مستقيمان في مستوي واحد لا امتدا

لا يلتقيان اصلان ذلك ا - و هـ من (الشكل ٥)

(حد ٢١) الشكل المستوي سطح مستو محدود من جميع جهاته بخطوط

أكن اذا كانت تلك الخطوط مستقيمة فالساوية المحددة تلك الخطوط تسمى شكلا

مستقيما خطوط او مستقيما الاصلع او مستقيما مستويا حـ ملة الخطوط

المدكورة تكون محيط الشكل أو اطرافه كافي (الشكل ٦)

(حد ٢٢) انسط الاشكال المستقيمة الاصلع ماله ثلاثة اصلع ويسمى

مثلثا وماله اربعة اصلع يسمى دا اربعة اصلع أو شكلا رباعيا وماله خمسة

اصلع يسمى محسأ أو شكلا خماسيا وماله ستة يسمى مسدسا أو شكلا

سداسيا وهكذا

(حد ٢٣) المثلث التساوي الاصلع ما كانت اصلعه متساوية كافي

(الشكل ٧)

والمثلث المتساوي الساقين ما كان فيه صلعان متساويان فقط كافي

(الشكل ٨)

والمثلث المختلف الاصلع ما كانت اصلعه مختلفة كافي (شكل ٩)

(حد ٢٤) المثلث الهائم الراوية ما كانت احدى رواياه قائمه والصلع

المقابل لها يسمى وترها فالمثلث اسـ ح القائم الراوية ا تسمى مثلثا قائم

الراوية وانصلح حـ يسمى وزا القائمة كافي (الشكل ١٠)

(حد ٢٥) الشكل الرباعي انواع وهي المتوازي الاصلع والمعين

والمستطيل والمربع والمخرف وشبه المخرف اما المتوازي الاصلع فهو

ما كانت اصلعه المتقابلة متوازية سواء كانت اصلعه المتجاورة متساوية

او غير متساوية وسواء كانت رواياه قائمة او غير قائمة كافي (الشكل ١١)

واما المعين فهو متوازي اصلع اصلعه متساوية وزواياه غير قائمة كافي

أخرى هي الأسراع **الكائن** بين مستقيمين متقاطعين ونقطة التقاطع تسمى رأس الراوية والمستقيمان سميان صلعاها مثالها الراوية **أ** **ح** المرسومة في (الشكل ٢) فالنقطة **أ** تسمى رأس الراوية وكل من المستقيمين **أ** و **أ** يسمى صلعاها والزاوية متميزة بحرف الرأس وتارة ثلاثة حروف بشرط أن يذكر حرف الرأس في الوسط فإن كانت معزده كفي لم يميزها حرف الرأس وإن كانت مركبة من راويتين فأكثروا حسب تمييزها بالحروف الثلاثة

والزاوية ان المتساويتان راويتان إذا وضعت أحدهما على الأخرى انطقت عليهما انطساها كلياً

إذا احتوت زاوية مثل **أ** على راويتين كتأههما مساوية لزاوية أخرى كالزاوية **د** يقال ان الزاوية **أ** ضعف الزاوية **د** فإذا احتوت على ثلاث زوايا كذلك يقال ان الزاوية **أ** ثلاثة أمثال الزاوية **د** وهكذا فالزاوية قايمة للمقارنة بعضها كسقيمه للمقادير

(حد ١٥) الزاوية القائمة هي إحدى الراويتين المتجاورتين المتساويتين الحادثتين من تلاقى مستقيمين بآخر مثالها الزاوية **أ** **ح** أو **أ** **ك** في (الشكل ٣)

والزاوية المبرجحة هي ما كانت أكبر من الزاوية القائمة مثالها الزاوية **د** **هـ** من (الشكل ٤)

والزاوية الحادة هي ما كانت أصغر من الزاوية القائمة مثالها الزاوية **ب** **ح** من (الشكل ٤)

(حد ١٦) المستقيم العمود على مستقيم هو ما يصنع معه زاويتين متجاورتين متساويتين مثال المستقيم **أ** **د** من (الشكل ٣)

(حد ١٧) المستقيم المائل على مستقيم هو ما يصنع معه راويتين متجاورتين غير متساويتين مثال المستقيم **د** **هـ** من (الشكل ١٧)

(حد ١٨) الزاويتان المتممتان لهما ما هما راويتان مجموعهما يساوي

المثالات الأربع الأولى بحث فيها عن الأشكال المستوية وعن المظروف
المرسومة على السطح المستوي،

* (بيان الاصطلاحات والعلامات المشبهة عليها هذه الاصول) *

ضروريات العلم قضاياها اليمية نفسها الى لا تحتاج الى رهان
الدعوى النظرية هي القصصية التي لا تصح حقيقتها الا بواسطة اليهان
العقلي

الدعوى العمارة هي المسألة التي يراد حلها بالعمل
المأثدة هي القصصية الماعية على اثبات دعوى نظرية او مسئلة
القصصية اسم يطلق على الدعوى النظرية والسلمية والعائدة
السيحة هي الثمرة التي تظهر من قصة او حله قصايات تقدمت
التيه ما يفهمه فائدة الدعوى التي تقدمت وارثها لهما بهر عارعا
الفروض هي الموضوعات التي تعرض في تقرير قصصية ارفي اثا سرهان

* (العلامات) *

هذه العلامة = تسمى علامة التساوي فكتابة $a = b$ معناها a
تساوي b

ولبيان ان مقدار a اصغر من مقدار b يكتب $a < b$

ولبيان ان a اكبر من b يكتب $a > b$

وهذه العلامة $+$ هي علامة الزيادة ويدل على الجمع وهذه العلامة $-$
هي علامة النقصان وتدل على الطرح فكتابة $a + b$ تدل على حاصل
جمع كيتي a و b وكتابة $a - b$ تدل على فرقهما اي على الباقي
من طرح الكمية b من الكمية a وكتابة $a \times b$ تدل على حاصل
ضرب a و b تدل على انه ينسفي جمع a و b وطرح b
من حاصل جمعهما

وهذه العلامة \div تدل على الضرب فكتابة $a \div b$ تدل على الحاصل

(الشكل ١٤)

واما المستطيل فهو متوازي اضلاع رواياه قائمه واضلاعه المتجاورة مختلفة

كافي (الشكل ١٢)

واما المربع فهو متوازي اضلاع اضلاعه متساوية وزواياه قائمة ككافي

(الشكل ١١)

واما المحرف فهو شكل رباعي اضلاعه المتقابلة غير متوازية

واما شبه المحرف فهو شكل رباعي فيه ضلعان متوازيان فقط ككافي

(الشكل ١٥)

(حد ٢٦) نظر الشكل خط مستقيم موصول من رأبي راريين غير

متجاورين من رواياه كالخط ا ح من (الشكل ٤٢)

(حد ٢٧) كثير الاضلاع ان كانت اضلاعه متساوية في متساوي

الاضلاع وان كانت رواياه متساوية يسمى متساوي الروايا

(حد ٢٨) الشكلان المتساويان الاضلاع شكلان اضلاعهما المتساوية

متساوية وموضوعة على نظم واحد اي اذا اتبعنا محيطيهما في جهة

واحدة شاهدنا الصلع الاول من احدهما مساويا للاول من الآخر

والثاني من الاول مساويا للثاني من الآخر والثالث وهكذا

والشكلان المتساويان روايا شكلان رواياهما المتساوية وموضوعة

على ترتيب واحد اي ان الراوية الاولى من احدهما مساوية للاولى من الآخر

والثانية من الاول مساوية للثانية من الآخر والثالثة للثالثة وهكذا

والاضلاع المتساوية تسمى بالاضلاع المتساوية والروايا المتساوية تسمى بالروايا

المتساوية

(حد ٢٩) كثير الاضلاع المحدب شكل موضوع تسميه في جهة واحدة

من اتجاه اي ضلع من اضلاعه

ومحيط اي مضلع محدب لا يمكن ان يقطعه اي مستقيم في اكثر من نقطتين

(٧) الاشياء اذا اُقيمت بها اسماوية كانت العزائم

تساوية

(٨) الاشياء التساوية اذا اُقيمت بها اسماوية كانت المساوية

متساوية

(٩) الاشياء اذا اُقيمت بها اسماوية كانت المساوية

متساوية

(١٠) الاشياء المختلفة اذا اُقيمت بها اسماوية كانت المساوية

غير متساوية

(١١) الاشياء المختلفة اذا اُقيمت بها اسماوية كانت المساوية

متساوية

(١٢) الاشياء المختلفة اذا اُقيمت بها اسماوية كانت المساوية

مختلفة

(١٣) الاشياء المختلفة اذا اُقيمت بها اسماوية كانت المساوية

متساوية

(١٤) الاشياء المختلفة اذا اُقيمت بها اسماوية كانت المساوية

والاكثر لادكم كانت المساوية اي يكون مجموع الاسماء العزائم

اصغر من مجموع الاشياء الكبرى

(١٥) اذا اردت خط ود مستقيم غير محدود في مسطرة واحدة كانت

في جهتين مستقيمتين من هذا المسمى خطاً بالذات في نقطة واحدة

-(الدعوى الاولى السطرية شكل ٥)-

كل مستقيمتين مشتركتي نقطتين يحددان مستقيماً واحداً اي

اذا اشتراك مستقيمتان في نقطتين مثل ا و ب فهما يصيران مستقيماً

واحداً

وراهنه ان يقال حيث لا يمكن فصل مستقيمتين من المستقيمتين ا و ب يحدد

المقطع من المقطعة ا الى المقطعة ب فان قيل لا يمكن فصل المقطعة ب عن

من ضرب α في - وقد نستعمل نقطة بدل علامة الضرب هذه \times
 فكأنه $\alpha \times -$ ككتابة $\alpha -$ وقد يكسر الحاصل المذكور أيضا
 بدون علامة متوسطة بين المضروب والمضروب فيه هكذا $\alpha -$
 وكأنه $\alpha \times (- + -)$ تدل على حاصل ضرب α في كية -
 بد $- + -$ وإذا اريد بيان حاصل ضرب $\alpha + -$ في $\alpha - -$
 $+ -$ يكتب هكذا
 $(\alpha + -) (\alpha - -)$ فكما جهر بين قوسين يعتبر كية
 واحدة ونقط

بيان ان الخط $\alpha -$ كروثلاث مرات يكتب $\alpha - 3$ وليان احد نصف
 راوية - يكتب $\frac{1}{2}$ ويستدل على مربع الخط $\alpha -$ بهذه العلامة
 $\alpha -$ وعلى مكعبه بهذه $\alpha -^3$ ويستصح مربع الخط ومكعبه في محله
 هذه العلامة $\alpha -$ تدل على استخراج الجذر وكأنه $\alpha - 2$ تدل على ان
 المطلوب جذر المربع $\alpha -$ وهو 3 وكأنه $\alpha - 2 \times 2$ تدل على ان
 المطلوب جذر حاصل ضرب $\alpha - 2$ اي على الوسط المتناسب الهندسي

بين - و $\alpha -$

(سروريات العلم)

- (١) المقداران المتساويان لقدر اقل واحد متساويان
- (١) الكل اعظم من جزئه
- (٢) الكل يساوي مجموع اسراته
- (٤) لا يمكن وصل خطين مستقيمين بين نقطتين
- (٥) الشئان يكونان متساويين اذا امكن ان ياقا احدهما على الآخر
- انطوا واما سائر كل هذان الشئان خطين او سطحيين او جسميين
- (٦) الاثنياء المتساوية اذا اصيغ لها اثنياء متساوية كانت الحوافصل متساوية

(٧)

على المسبب α ، فإذا لم يكن ان يقام من β - α - γ من β - γ - α ،
عوا ان عليه في جهة واحدة منه

ربح من هذه الدعوى ان الرأيا التباينة متساوية

فإذا كان المستقيم α - β - γ مساوياً على المسبب α - β - γ ،
عموداً على المسبب α - β - γ ، يكون الساتر α - β - γ ،
هو α - β - γ .

(رأيه) ان يؤخذ α - β - γ = α - β - γ ،
الزاوية α - β - γ على الزاوية α - β - γ ،
أو تتقن النقطة α - β - γ على النقطة α - β - γ ،
ويتبع العمود α - β - γ على العمود α - β - γ ،
سنتسم من نقطة واحدة في جهة واحدة مستقيمة α - β - γ ،
على الزاوية α - β - γ ، وسأولها قد ثبت ان الزاوية التباينة متساوية
(تنبه) *

ليس المقصود من هذه البينة ان الزاوية α - β - γ تساوي الزاوية α - β - γ ،
لها α - β - γ ، ولا ان الزاوية α - β - γ تساوي الزاوية α - β - γ ،
لها ان الزاوية α - β - γ = α - β - γ ،
الزاوية α - β - γ = α - β - γ ،
بل المقصود ان الزاوية α - β - γ تساوي الزاوية α - β - γ ،
(الدعوى الثالثة المطرية شكل ١٧) *

مجموع الزاويتين المحاذرتين المادتين من ثلاث مستقيمات α - β - γ ،
قائمتين

فإذا تلاقى مستقيمات α - β - γ ،
أو α - β - γ ، يساوي قائمتين α - β - γ ،
(رأيه) ان الزاوية α - β - γ عموداً على α - β - γ ،
الزاويتين α - β - γ ، α - β - γ ،

[illegible]

١٦) (الدعوى الشابة الطرية شكل ١٦) -

كل مستقيم يمكن ان يقام من نقطة منه عمود عليه ولا يمكن ان يقام منها
عمودان عالمية في جهة واحدة

١- هاهنا القصيدة الاولى اذ يقال ليكن a مستقيما ولكن c نقطة منه
 فلو احدثت نقطة خارجة عنه مثل d ثم وصل المستقيم dc فحدثت
 زاوية dc متجاورتان مع a d فان كانتا متساويتين كان المستقيم
 dc هو العمود المطلوب وان كانا غير متساويتين بان كانت الزاوية d
 اكبر من الزاوية a فلتصور في الزاوية d زاوية $هـ$ d
 $=$ a وان الزاوية $د هـ$ مقسومة الى حزبين متساويين $ع$ $س$
 $د$ فلهذا المستقيم $د ع$ يكون عمودا على a اعني ان الزاوية $د ع ا$
 $=$ $د ع ب$ لان الزاوية $هـ د ا = د ع ب$ عملا والزاوية $هـ د ب$
 $=$ $د ع ب$ فيكون $هـ د ا + د ع ب = د ع ب + د ع ب$ اي
 $د ا = د ب$

ورهان القصبة الثانية ان يفرض ان المستقيم γ عمود على المستقيم α - ثم يقال ان اى مستقيم δ منس الطبقة δ كالمستقيم γ في الجهة التي فيها العمود γ يصنع مع المستقيم α زاويتين متجاورتين غير مساويتين لان الزاوية $\alpha\gamma = \delta\gamma$ بالفرض والزاوية $\alpha\delta$ $\angle \alpha\delta$ او $\angle \delta\gamma$ والزاوية $\delta\gamma$ $\angle \delta\gamma$ $\angle \delta\gamma$ تكون الزاوية $\alpha\delta$ $\angle \delta\gamma$ $\angle \delta\gamma$ انى المستقيم δ ليس عمودا

علی

على تساويه هو والمسطح في على المثلث و مسطح الصلح هو
على الصلح هو في ينطبق المثلث ا ب ج على المثلث د ه ز
فيكونان تساويين وهذا هو المطلوب

ويخرج من هذه النظرية انه اذا تساوى ا ب ا ن و زاوية ب ه ب م مثلث صلح
و زاوية د ه د م مثلث اخر كل اقسامه تساوي بقية اجزاء احدى المثلثين
اجزاء الاخر

اي اذا كان الصلح ا ب ج = للصلح د ه ز والصلح ا ب ج = الصلح
د ه ز والزاوية ا = للزاوية د يكون الزاوية ب = للزاوية ه
والزاوية ج = للزاوية ز والصلح ب ج = للصلح ه ز
(الدعوى الخامسة النظرية شكل ٢٢)



يتساوى المثلثان اداساوي من كل قسم اصلح الزاويان المجاورين له
كل لظهره

اي اذا كان الصلح ب ج ج مساويا للصلح ه ز والزاوية ب ج ج مساوية
للزاوية ه ز والزاوية ج ج ج مساوية للزاوية ه ز يكون المثلث ا ب ج
مساويا للمثلث د ه ز

(رعاية) انه لا بد من ايجاد المثلث ا ب ج على المثلث د ه ز بحيث يطين
الصلح ب ج ج على مساويه هو وقسمت الدائرة ب ج ج على الدائرة د ه ز
والمنطقة ج ج ج على المنطقة د ه ز والزاوية ب ج ج = للزاوية د ه ز
الصلح ا ب ج = على الصلح د ه ز وتقع المنطقة ا ب ج على احدى قطاعي ج ج ج
وتقع المنطقة ا ب ج على احدى قطاعي ج ج ج وتقع المنطقة ا ب ج على
المنطقة د ه ز وهذا ينطبق المثلث ا ب ج على المثلث د ه ز وبما ان
وهذا هو المطلوب

نتيجة اداساوي صلح وزاوية ا ب ج مجاورتان له من مثلث ضلعا وزاويتين
مجاورتين له من مثلث اخر كل اقسامه تساوي بقية اجزاء احدى المثلثين

دهـ + دهـ = قائمتين ويكون
 ا هـ + دهـ = دهـ + دهـ وبطرح الراوية المشتركة
 دهـ تبقى الراوية ا هـ مساوية للراوية دهـ وهو المطلوب اثباته
 وعمل هذا يدعى على ان الراوية ا هـ مساوية للراوية دهـ

(تنبيه)

اذا كان للراويتين المتساويتين المتقابلتين رأيهما معاكسان على خط مستقيم
 واحد وكاتب احداهما في جهة منه مصادرة لجهة الاخرى = ان الصلعان
 الاجران كذلك

اي اذا كان الصلعان وهـ و دهـ على استقامة واحدة وكانت الراوية
 دهـ مساوية للراوية دهـ ومصادرة لهما في الاتجاه يكرن الصلع هـ
 على استقامة الصلع هـ

(برهان) ان يقال يلزم من كون المستقيم ا هـ ملاقيا للمستقيم دهـ ان يكون
 مجموع المخاورتين دهـ و ا هـ مساويا لقائمتين وحيث ان الراوية
 دهـ مساوية للراوية دهـ فرضا فيكون مجموع المخاورتين ا هـ
 و دهـ مساويا للقائمتين ويلزم من هذا ان يكون الصلع هـ على
 استقامة الصلع هـ (كما تقدم في النظرية الرابعة)

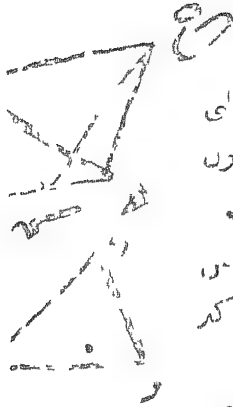
(الدعوى السادسة النظرية شكل ١٢)

المثلثان يكونان متساويين اذا كان في كل منهما زاوية سادسة اطرافها من
 الاخرى محصورة بين صلعين كل منهما مساو لوطرف من الاخر
 اي اذا كان الزاوية ا = للزاوية د والصلع ا د = للصلع د هـ
 والصلع ا هـ = للصلع د و فيكون المثلث ا د هـ = للمثلث
 د هـ و

(برهان) انه لو وضع المثلث ا د هـ على المثلث د هـ و بحيث ينطبق الصلع
 ا د على مساويه د هـ ولوقب النقطة ا على النقطة د والنقطة هـ
 على المنطقه هـ وحيث ان الزاوية ا = للزاوية د يقع الصلع ا د

على

لذلك السالفة من كل ما لا يرد
 $هـ + ح > د + ا - ب$ في الدوائر أو ربما
 من $ا + ح > د$ حدث
 $هـ + ح > د + ا - ب$ في المطالب
 (الاستدلال الدائري في الشكل ١٥)



إذا سار من خارج من مائة من الآخرين من مثل آخر وكانت الزاوية إلى
 بين ضلعي المثلث الأول كمنه الزاوية التي بين ضلعي المثلث الثاني تكون
 الصليح الثالث من المثلث الأول أكبر من الصليح الثالث من المثلث الثاني
 أي إذا كان الصليح $ا - ب$ من المثلث $ا - ب - ج$ يساوي الصليح $هـ - د$ من
 المثلث $هـ - د - ح$ والصليح $ا - ب$ أو بالصليح $د - ح$ الزاوية $ا - ب - ج$ أكبر
 من الزاوية $هـ - د - ح$ تكرار الصليح $د - ح$

(برهان) أن ترسم دائرة مثل $ا - ب - ج$ الزاوية $د$ ونقطة $ا - ب - ج$
 ونوصل $ح - د$ فيحدث مثلث $ا - ب - ج$ المثلث $هـ - د - ح$ أو بالزاوية
 $ا - ب - ج = د - ح$ أو الزاوية $ا - ب - ج = د - ح$ أو الزاوية $ا - ب - ج = د - ح$
 $= د - ح$ كذلك (كجانبية السمت) $د - ح$ من تساوي المثلثين
 الصليح $د - ح = هـ - د$ فإحداث الزاوية $ا - ب - ج$ مستقيم
 يبيع هذا المحققين إلى الزاوية $ا - ب - ج$ لأنها أكبر من الزاوية $د - ح$
 فيستدرك الصليح $د - ح$ يكون المثلث $ا - ب - ج$ مساوياً للمثلث $هـ - د - ح$
 لأن الصليح $ا - ب = د - ح$ أو الزاوية $ا - ب - ج = د - ح$ الزاوية
 $ا - ب - ج = د - ح$ كذلك الصليح $ا - ب = د - ح$ (كجانبية السمت) $ا - ب - ج = د - ح$
 ويتبع من ما في هذين المثلثين أن $ا - ب = د - ح$

ومن المعلوم أن المثلث $ا - ب - ج$ هو الصليح $ا - ب - ج$ $ا - ب - ج = د - ح$
 فإذا أبدل الصليح $ا - ب$ بالصليح $هـ - د$ كان $ا - ب - ج = د - ح$ $ا - ب - ج = د - ح$
 لكن $ا - ب - ج = د - ح$ $ا - ب - ج = د - ح$ فيكون $ا - ب - ج = د - ح$ وجيباً
 من $ا - ب - ج = د - ح$ يكون $ا - ب - ج = د - ح$ أي $ا - ب - ج = د - ح$ وهو

لما يرضى على أن يرى أنه متساو للراوية
راوية ر و حيث أن احراء المثلث أ ب ر
وهو يكون المثلث أ ب ر مساويا للمثلث

(ب) (ت)

ب أن الرأيا المتساوية تكون متناهية للذات
أوتين أ و ب متناهية للصلحين أ ب و ب

ثمة عشر النظريات شكل (٢٨) :

راوية أ ب أ ب أ ب أ ب أ ب أ ب أ ب
ساويا للساق أ ب من المثلث أ ب ر تكون

ب ب نقطة مقلد و يوصل المستقيم أ ب
أ ب و ب أ ب متساويين لأن الصلح أ ب
للصلح أ ب فربما الصلح ب ر = للصلح
طادية (ب) ب ب ب ب ب ب ب ب ب ب
الراوية ب وهو المطلوب

(ت) (ب)

ب ب ب ب ب ب ب ب ب ب ب ب ب ب ب ب
ب ب ب ب ب ب ب ب ب ب ب ب ب ب ب ب
ب ب ب ب ب ب ب ب ب ب ب ب ب ب ب ب

ب ب ب ب ب ب ب ب ب ب ب ب ب ب ب ب

ب ب ب ب ب ب ب ب ب ب ب ب ب ب ب ب

ب ب ب ب ب ب ب ب ب ب ب ب ب ب ب ب
ب ب ب ب ب ب ب ب ب ب ب ب ب ب ب ب

(سبعة)

إذا تساوى صلتان من مثلث صليحي آخر من مثلث آخر وكان الصلح الثالث من المثلث الأول أكبر من الصلح الثالث من المثلث الثاني تكون الراوية التي بين صليحي المثلث الأول أكبر من الراوية التي بين صليحي المثلث الثاني أي إذا كان الصلح a من المثلث a مساوياً للصلح d من المثلث d هو والصلح a مساوياً للصلح d وكان الصلح c أكبر من الصلح e هو تكون الراوية c أكبر من الراوية e (برهان) أفيتال ولم يكن الراوية c أكبر من الراوية e هو لكانت أمساوية لهما أو أصغر منها فإن كانت مساوية لهما لم أن يكون الصلح c مساوياً للصلح e هو وهذا يخالف للمفروض وإن كانت أصغر منها لم أن يكون الصلح c أصغر من الصلح e هو وهو أيضاً يخالف للمفروض فيثبت أن تكون الراوية c أكبر من الراوية e هو وهو المطلوب

(الدعوى الحادية عشر المطرية شكل ٢٣)

إذا تساوى اصلاص مثلث اصلاص مثلث آخر كل لمطيرة كان المثلثان متساويين أي إذا كان الصلح a من المثلث a مساوياً للصلح d من المثلث d هو والصلح a مساوياً للصلح d هو وكان الصلح c مساوياً للصلح e هو يكون المثلث a مساوياً للمثلث d هو

(برهان) أن يقال يلزم من تساوى الاصلاص المتساوية أن تتساوى الراويا المتساوية أي أن تكون الراوية a للراوية d والراوية c للراوية e = للراوية d والراوية c = للراوية d أفولم يكن الراوية a مساوية للراوية d لكانت أكبر منها أو أصغر منها فإن كانت الراوية a أكبر من الراوية d كان الصلح c أكبر من الصلح e هو وهذا يخالف للمفروض وإن كانت الراوية a أصغر من الراوية d كان الصلح c أصغر من الصلح e هو وهذا أيضاً يخالف للمفروض فيثبت أن تكون الراوية a

(ورهان القصبة المائتة) ان يقال ليكن الصلح $ا ب$ \angle $ا د$ فتكون
الزاوية \angle المقابلة للصلح $ا ب$ اكبر من الزاوية \angle المقابلة
للصلح $ا د$
اولم تكن الزاوية \angle اكبر من الزاوية \angle لكنت اما اصغر منها
او مساوية لها فان كانت اصغر منها لم ان يكون $ا ب > ا د$ وهذا يخالف
للمفروض وان كانت مساوية لها لم ان يكون $ا ب = ا د$ وهذا ايضا
مخالف للمفروض فادى يلزم ان تكون الزاوية \angle اكبر من الزاوية \angle وهو
المطلوب

* (الدعوى الخامسة عشر بطريقة بشكل به)

المقطة الخارجة عن مستقيم لا يمكن ان يربطها على الاعرود واحد
لاعودان

(ورهان القصبة الاولى) ان يقال ليكن \angle خطا مستقيمان \angle يتقاطعا
خارجا عنهما فاجزأ كل نقطة مثل $هـ$ ووصل المستقيم $هـ د$ المحدث
زاويتان متجاورتان $هـ د ر$ $هـ د$ فان كانتا متساويتين كان المستقيم
 $هـ د$ عمودا على المستقيم \angle وان كانتا غير متساويتين بان كانت الزاوية
 $هـ د$ اصغر من الزاوية $هـ د ر$ تنشأ زاوية مثل $هـ د و = هـ د$
ثم يوحّد الصلح $هـ و = هـ د$ فيوصل المستقيم $هـ و$ فيكون عمودا على
المستقيم \angle لان المثلث $هـ د و =$ المثلث $هـ د و$ لان الصلح
 $هـ د =$ للصلح $هـ و$ بالعمل والصلح $هـ د$ مشترك والزاوية $هـ د ر$
 $=$ للزاوية $هـ د و$ بالعمل (كفا في الطريقة السادسة) ويلزم من تساوي
هذين المثلثين ان تكون الزاوية $هـ د ر =$ للزاوية $هـ د و$ وان يكون
المستقيم \angle عمودا على المستقيم \angle و فادى يجب كون المستقيم \angle
عمودا على المستقيم \angle

(ورهان القصبة الثانية) ان تفرض نقطة مثل \angle خارجة عن المستقيم
 $ا ب$ وان \angle عمودا عليه ثم يقال ان اى مستقيم مده من النقطة \angle الى

ا-د و ا-د ان تكون الراوية - ا-د = للزاوية د ا د والراوية
ا-د = للزاوية ا د د

(الدعوى الثالثة عشر النظرية شكل ٢٩)

اذا تساوى راويتان س مثلث تساوى الصلعان المقابلان لهما

اى اذا كانت الراوية ا-د = ا-د يكون الصلع ا-د = ا-د

(برهانه) ان يقال لتصورنا مثلثا كالمثلث ا-د مساويا للمثلث

ا-د بحيث يكون الصلع -د = -د والراوية -د = -د

والراوية -د = -د ثم طعنا المثلث ا-د على المثلث ا-د بحيث

تقع النقطة د على النقطة -د والمقطة -د على النقطة د لكاتب

الراوية -د = -د = -د وحينئذ يقع الصلع -د على الصلع -د

والصلع -د على د وتقع النقطة آ على النقطة ا فيكون آ-د =

= ا د ويلزم من هذا ان يكون ا-د = ا د وهو المطلوب

(الدعوى الرابعة عشر النظرية شكل ٣٠)

اى مثلث احدى راويتييه اكبر من الاخرى يكون ضاعه المقابل للكرى اكبر

من ضاعه المقابل للصرى وبالعكس اى اى مثلث احدى ضالعيه اكبر من

الاخر تكون راويتييه المقابلة للصلع الاكبر اكبر من راويتييه المقابلة للصلع

الاخر

(برهان القضية الاولى) ان يقال لتكن الراوية د < -د فيكون الصلع

ا-د المقابل للراوية د اكبر من الصلع ا د المقابل للراوية -د

وابياناه تشاؤراوية مثل -د د مساوية للراوية -د فيكون المثلث

الحادث د د متساوى الساقين اى يكون -د = -د وحيث

ان الخط المستقيم ا د اقصر من ا د + د و ا د + د

= ا د + د = ا-د يكون ا-د اكبر من ا د

يكون من مساوئها اذا كان المعدان مساويين
 وثالثا ان المائل α و β احدهما اكثرا من الثاني والمعدان
 و γ مساويان كدلالة
 ورابعا ان المائل β اذا كان اكبر من المعد γ كان المائل α
 اطول من المائل β
 وحاسبا ان المائل α اذا كان اطول من المائل β كان المعد γ
 اكبر من المعد δ

(وهذه القصة الاولى) ان عدد العمود α على المسطرة β
 ثم نحدد المعد $\gamma = \alpha$ ونوصل γ ونحدد $\delta = \gamma$
 للمثلث γ لان الراوية $\gamma = \delta$ فاما ما والصلح γ
 مشرئ والصلح $\delta = \gamma$ بالصلح α بالعمل (كأن المطرقة بالادسة)
 ويلزم من $\gamma = \delta$ ان يكون المثلث $\gamma = \delta$ α
 في المثلث α والصلح $\alpha > \beta$ و α γ δ α
 فاذن يكون $\alpha > \beta$ وهو المطلوب

(وهذه القضية الثانية) ان يقال حيث ان المعد $\gamma = \delta$
 بالعرض والصلح α مشرئ والراوية $\gamma = \delta$ الراوية α δ
 لقيام γ بما يكون المثلث $\alpha = \gamma$ للمثلث α δ ويلزم من مساوي
 هذين الثلثين ان يكون $\gamma = \delta$ وهو المطلوب

(وهذه القضية الثالثة) ان يقال حيث ان المائل $\alpha = \beta$ للمائل α
 يكون المثلث α δ متساوي الساقين فيثبت ان يكون العمود α δ α
 من رأسه على قاعدته مارا بنسطة α يكون $\gamma = \delta$ وهو
 المطلوب

(وهذه القضية الرابعة) ان يقال حيث ان العقب $\gamma < \delta$ يكون
 المائل $\alpha < \beta$ لانه اذا اخذ $\gamma = \delta$ γ ووصل α
 و γ يحدد مثلث $\gamma = \delta$ للمثلث γ لان الراوية $\gamma = \delta$

أى نقطة من نقط المستقيم AB غير النقطه A لا يكون عمودا عليه فإن
 قيل يمكن يريل عمود آخر مثل CD مثلا قلنا اذا ما CD على استقامته
 جهة D بم واحد $CD = DE$ ثم وصل المستقيم DE هو حد مثلث
 $DEO =$ للمثلث ODE لان الصلع OD مشترك والصلع $DE =$
 للصلع DE بالعمل والزاوية $DEO =$ للزاوية ODE لقيامهما ويلزم
 من تساوى هذين المثلث ان تكون الزاوية DEO مساوية للزاوية ODE
 وصحت ادعى ان CD عمود على AB تكون الزاوية ODE قائمة فيكون
 الزاوية DEO كذلك ويلزم من هذا ان يكون مجموع المتجاورتين ODE
 و DEO مساويا لقائمتين وعليه يكون الخط CD مستقيما واحدا مارا
 بالنقطتين C و D المار بهما المستقيم CD ويلزم من هذا امكان
 وصل مستقيمين بين نقطتين وهو محال فتبين بهذا ان مجموع المتجاورين ODE
 و DEO لا يكون مساويا لقائمتين حيث لا تكون الزاوية ODE قائمة
 بمعنى ان المستقيم CD ليس عمودا على المستقيم AB وهو المطلوب

* (الاعوى السادسة عشر النظرية شكل ٣١) *

اذا احدث نقطة خارج مستقيم وارل منها عمود ومواثل فاعلم

اولا ان العمود اقصر من كل مائل

وَنُيَا اِنْ الْمَائِلِينَ دَوَى الْعَدِيدِ اَلْمَتَسَاوِينَ عَنْ مَوْقِعِ الْعَمِيدِ اَلْمَسَاوِينَ

وثالثاً ان بعدى المائتين المتساويين عن موقع العمود المتساويان

وراءها ان الماتلي دوى المعدين غير المتساويين بعد هما عن موقع العمود .
اطولهما

وخاصا ان المائتين غير المتاويين اطولهما البعدهما عن موقع العمود

ای ادا احدت نقطه مثل ا خارج خط مثل د و ا برل مهامود اس

وموائل أه و أج و أء الخ فاعلم

ولا ان العمود ان يكو اضعاف من كل ما قبل

وثانياً ان الخطيب اذ هو الماثل بما يتبعه اذ ين عن موقع العمود

يکومان

ن متساويين

وهو على وسط مستقيم AB محدود بنقطتين A و B

D و E - يكونان متساويين

و R - لا يكونان متساويين

لاولى). ان يقال حيث ان المعد $AB = AC$ بالمرضى

نل $DA = DB$ والمائل $AB = AC$ والمائل AD

الى الطريقة السادسة عشر)

لعمدين الموضولين من اى نقطة من خط العمود هو الى

AB يكونان متساويين

ة الثمانية) ان تعرض نقطة C خارج العمود هو

AB تم يوصل CB ويكون $AB = AC$ كما سبق

نل CB الصانع $CB > AB$ و $CB > AC$

$CB > AB$ و $CB > AC$ و $CB > AC$ يكون CB

المعدن الموضولين من اى نقطة خارج العمود هو الى

AB لا يكونان متساويين بل القاطع للعمود اطول من

وينتج من هذه الطريقة

كان المستقيم نقطتان كتاها على بعدين متساويين من هاتين

المستقيم الاول عمود على وسط الاخر لان المستقيم الذى

بالعمود المار بوسط المستقيم المفروض لا يشترط ان يكون

كانت نقطة خارج مستقيم وكان المعدان الواصلان منها

متساويين كانت خارج العمود المار بوسط المستقيم

ليه لكان المعدان الواصلان منها الى هاتين المستقيم المفروض

= للراوية جـ ا لقيامهما والصلح جـ ب مشترك وانلغ و ب =
 للصلح بـ ا بالعمل (كفاي الطريقة السادسة) ويلزم من تساوي هـ د ين
 المثلثين ان يكون جـ د = جـ ا وايضا اذا وصل د ب يحدث مثلث
 و د = للمثلث بـ ا لان الراوية و د = للراوية بـ ا لقيامهما
 والصلح و د مشترك والصلح و ب = للصلح بـ ا بالعمل (كفاي
 الطريقة السادسة) ويلزم من تساوي هـ د ين المثلثين ان يكون و د = د ا
 لكن ا د + د و < ا جـ + جـ و أي ٢ ا د < ا د ٢ أو
 ا د < ا جـ و ا د = ا هـ فيكون ا د < ا هـ وهو المطلوب
 (وبرهان القضية الخامسة) ان يقال حيث ان المائل ا د اطول من
 المائل ا هـ يكون البعد د ب اكبر من البعد ب هـ لانه لو لم يكن
 البعد د ب اكبر من البعد ب هـ لكان مساويا له أو اصغر منه فان كان
 مساويا له يلزم ان يكون المائل د ا مساويا للمائل ا هـ وهذا محالف
 للمفروض وان كان اصغر منه يلزم ان يكون المائل د ا اصغر من المائل
 ا هـ وهو ايضا محالف للمفروض فادن يكون البعد د ب اكبر من البعد
 ب هـ وهو المطلوب

وننتج من هذه الطريقة

اولا ان البعد الحقيقي بين نقطة ومستمع قيم هو العمود الاطول منها عليه
 لانه تبين ان العمود اصغر من كل مائل مار بها وبأى نقطة من نقطه
 وثانيا انه لا يمكن ان يوصل من نقطة الى مستقيم ثلاثة خطوط مستقيمة
 متساوية لانه تبين ان المائل الاشد عن العمود هو الاطول من المائل الأقرب
 للعمود المذكور

(الدعوى السابعة عشر الطريقة شكل ٣٢)*

اذا اقيم عمود على وسط مستقيم محدود فاعلم اولاً ان المعدين الموصولين من
 أى نقطة من نقط العمود الى هـ ا بى المستقيم المذکور يكونان متساويين
 وثانياً ان المعدين الموصولين من أى نقطة خارج العمود الى هـ ا بى المستقيم

المذكور

المطوية

«(الدعوى العشرون المطوية شكل ك)»

إذا صعد زاوية مستقيم فاعلم أن العنودين المارلين على ضلعيها

نقطة من نقطة متساويان

وثانياً أن العنودين المارلين على ضلعيها من أي نقطة خارجة

متساويين

أي إذا صعد زاوية مثل α بمستقيم β فاعلم أن العنودين

س و و المارلين على ضلعيها α و β من أي نقطة

خاط α كالنقطة و يكونان متساويين .

وثانياً أن العنودين α و β المارلين على ضلعيها α و β

من نقطة مثل α خارجة عن المستقيم α لا يكونان متساويين

(وهذه القضية الأولى) أن يقال حيث أن الزاوية α = للزاوية α

درسا و الور α مستقيم المثلث α = القائم الزاوية في α

والمثلث α = القائم الزاوية في α يكون المثلثان متساويين ويلزم

تساويهما أن يكون العدد α = لا بد و هو المطلوب

(وهذه القضية الثانية) أن يبرهن من النقطة α عمود α على

الصلح α ثم يوصل مستقيم α ويكون العمود α هو

الباقي α وحيث α في المثلث α أن الصلح α α α

α α وان α = α يكون α α α α لكن

α α = α فيكون α α α وحيث α α

α يكون α α وهو المطلوب

(تنبيه)

المستقيم المنصف زاوية هو المحل الهندسي لكل نقطة بعداها عن ضلعي الزاوية

متساويان

«(الدعوى الحادية والعشرون المطوية شكل ك)»

أنه

(٧٠)

متساويين وهذا محال فمفروض

(الدعوى التاسعة عشر المطرية شكل ٢٣)

يتساوى المثلثان القائمات الراوية اذا تساوى مهما الوتر وراوية غير القائمة
كل اطيافه اي اذا كل الوتر $ا = ب$ للوتر $دو$ وراوية الحاد $د$
 $=$ لمبايرتها و يكون المثلث $ا - ب = د$ للمثلث $د ه و$
(برهانه) ان يقال لو وضع المثلث $ا - ب$ على المثلث $د ه و$ بحيث
تقع النقطة $ا$ على النقطة $د$ والوتر $ا ب$ على الوتر $دو$ لوقت
النقطة $ب$ على النقطة $و$ وحيث ان الراوية $د = ب$ و يقع الصلع
 $د ب$ على الصلع $د ه$ وكذا النقطة $ب$ على النقطة $ه$ الا لا يكون
تربيل عمودين من النقطة $د$ على المستقيم $د ه$ وهو محال فاذن تكون
الزاوية $ا = ب$ للزاوية $د$ ويكون المثلث $ا - ب = د$ للمثلث $د ه و$
وهو المطلوب

(الدعوى السابعة عشر المطرية شكل ٢٤)

متساوي المثلثان القائمات الراوية اذا تساوى مهما الوتر و $ا = ب$ لغير المحيطان
باقائمة كل لطيافه

اي اذا كل الوتر $ا = ب$ للوتر $ا ب$ والصلع $ا - ب = د$ للصلع $ا - ب$
يكون المثلث $ا - ب = د$ للمثلث $ا - ب$

(برهانه) ان يقال لو وضع المثلث $ا - ب$ ملاصقا للمثلث $ا - ب$ بحيث
يتحد الصلع $ا - ب$ بالصلع $ا - ب$ لصار الصلع $د ب$ على استقامة الصلع
 $د ب$ لان كلا من الراويتين المتجاورين $ا - ب$ و $ا - ب$ قائمة ويلزم
من كون المسائل $ا - ب = د$ للسائل $ا - ب$ ان يكون المعد $د = ب$
للبعد $د ب$ فاذن يكون المثلث $ا - ب = د$ للمثلث $ا - ب$ وهو

المطلوب

الراوية: أ - ب = ب من الساحة أ - ح ط . معنى أن الراوية
كبيرة أو صغيرة أو كبراً أو صغراً من أي ساحة مستطيلة
(الدعوى الثالثة والعشرون النظرية شكل كـ ب)

أي مائل على مستقيم . يلمح دائماً المود على المستقيم ١١ كـ ر
أي إذا كان مستقيم مثل . دى مائل على مستقيم مثل حـ ا وكان المستقيم
أ - ب عوداً على حـ ا فإن المائل دى والعمود أ - ب يتقاطعان
إذا امتد امتداداً كافياً .

(برهان) ان يقال لو افيم من النقطة د عمود حـ ك على حـ ا لم يثقف
راوية كـ دى اكبر من الساحة كـ د ا - ويلزم من هذا أن يمح
هذه الراوية عن الساحة المذكورة بحيث كل الفاح حـ ك يشركا
بين الراوية كـ دى والساحة كـ د ا - فلم يمحرح الراوية من ا احد
أن يقطع امتداد الصلع الآخر دى من الراوية إحداً من الساحة ويكون
حـ د قاطعاً للصليين حـ ا ر حـ ك من أول الأمر لا يمكن أن يقطعها مرة
أخرى فإذا قطع الصلع أ - ب ويمر المطلوب

(نبيه)

إذا كانت الراوية الحادثة بين المستقيم حـ ا والمائل على حـ ا ا - ب
بالنقطة ب جهة كـ ا الراوية ا - ب مائلة على حـ ا على
استقامته جهة دى فثبت بينه وبين امتداد العمود حـ ك راوية هـ د كـ
حادة أكبر من الساحة أ - ب كـ ويلزم من هذا أن الصلع حـ د الذى
هو امتداد المائل حـ د يقطع الصلع أ - ب الذى هو امتداد العمود أ - ب
(الدعوى الرابعة والعشرون النظرية شكل كـ جـ) :

إذا أخذت نقطة خارج مستقيم يمكن دائماً أن يتدبرها مستقيم يوازي المستقيم
المذكور لا اثنين

أي إذا أخذت نقطة مثل د خارج مستقيم مثل أ - ب فاعلم أولاً أنه يمكن

المستقيمان العمودان على ثالث متوازيان اي اذا كان مستقيمان
 و هـ و عمودين على مستقيم ثالث مثل ا-د كما متوازيين
 (برهان) ان يقال لو لم يكن متوازيين لادبكن تلاقيهما في نقطة مثل ط
 ويلزم من هذا ان كانا يربل عمودين على مستقيم واحد في نقطة واحدة وهو
 محال كما بين (في الطريقة الخامسة عشر)

(الدعوى الثانية والعشرون الطريقة شكل كـ)

اي راوية هي اكبر من اي مساحة مستطيلة و هي بالساحة المستطيلة
 المسماة غير المحدودة الحادثة من ثلاثة خطوط مستقيمة ا-ب-ج-د
 على الثالث كالساحة الحادثة من الخطوط ا-ب-ج-د و ح-ط
 (برهان) ان ترسم في الراوية القائمة ا-د-هـ راوية صغيرة مثل ا-د-هـ
 وترسم بجانب هذه الراوية الصغيرة راوية د-هـ-ز = ا-د-هـ وبجانب الراوية
 د-هـ-ز راوية هـ-ز-و تساوي الراوية د-هـ-ز وبجانب هذه الراوية
 الثالثة راوية رابعة تساوي الثالثة وبجانب الرابعة خامسة تساويها ثم سادسة
 تساوي الخامسة وهكذا اوبهم هذه الكيفية يريد مجموع تلك الرايا عن الراوية
 القائمة ا-د-هـ

واذا احد ع-ج = ح-د و د-هـ = هـ-ز و ز-و = و-ح = ح-ط
 وهكذا واقمت اعمدة ح-ط و د-هـ و لم و س-ع ~~ط-ح~~ على ح-د
 فالساحة المستطيلة ا-د-هـ-ز تساوي الساحة المستطيلة ط-ع-د-ك
 لانه لو حركت الاولى حول ح-ط وطقت على الثانية لانطقت القائمة
 ح-ط على القائمة ط-ح-د وانطبق المستقيم ح-د على مساويه
 ح-د و وقعت النقطة د على النقطة د و وقعت الراوية ا-د-هـ على
 مساويتها ح-د-ك و وقع الصلع ا-د على ك-د وانطبقت الساحة
 ا-د-هـ-ز على ط-ح-د-ك وساويتها عنل هذا يبرهن على ان اساسه
 ط-ح-د-ك مساوية للساحة ك-د-ل-م وان هذه مساوية لتاينها وهكذا
 من حيث ان مجموع تلك المساحات لا يلا الراوية القائمة ا-د-هـ يظهر ان

الراوية

(رسمه) ان يقال لو لم يكن ح د عمودا على هـ و لكان مائلا عليه ويدرم من هـ ا تلافيه بالعمود ا ب وهو محال

(تعاريف شكل ٣٨) *

اذا قطع مستقيم مستقيمين حدثت تقاطعهما سمان زوايا، تقع منها وهي الكائنة في المسافة التي بين الموازيين تسمى زوايا داخلية والاربعة الاخرى زوايا خارجية

اي اذا قطع مستقيم مثل هـ و مستقيمين مثل ا ب و ح د فالزاويا ا س ح و ح س ر و س ر و س ر و س ر و س ر و س ر تسمى زوايا داخلية والزاويا ا س ر و ح س ر و ح ر و ح ر و ح ر و ح ر تسمى زوايا خارجية فاما الزاويتان ا س ح و ح س ر فتسميان زاويتين متبادلتين داخلتين وكذلك الزاويتان ح س ر و ح ر و

واما الزاويتان ا س ر و ح ر فتسميان زاويتين متبادلتين خارجيتين وكذلك الزاويتان ح س ر و ح ر و اما الزاويتان ا س ر و ح ر فتسميان متناظرتين بالزاوية والدخول

وكذلك الزاويتان ح س ر و ح ر و الزاويتان ا س ح و ح ر و الزاويتان ح س ر و ح ر و

واما الزاويتان ا س ح و ح ر فالمجاورتان القاطعتان فتسميان متجاوئين داخلتين وكذلك الزاويتان ح س ر و ح ر و

واما الزاويتان ا س ر و ح ر فتسميان متجاوئين خارجيتين وكذلك الزاويتان ح س ر و ح ر و

(الدعوى الثامنة والعشرون المطوية شكل ٣٩) *

اذا قطع المستقيم مستقيمين متوازيين فاعلم
اولا ان الزاويتين المتبادلتين الداخليتين متساويتان
وثانيا ان الزاويتين المتناظرتين متساويتان

دائما ان يمتد بها مستقيم يوازي المستقيم ا -
 مؤنثا انه لا يمكن ان يمتد بها ان يوازي المستقيم المعلوم ا -
 (برهان القسبة الاولى) ان يقال لو ازل من النقطة و عمود مثل و
 على المستقيم المعلوم ا - واقم من النقطة المذكرة و عمود مثل ح -
 على و هـ لكان المستقيم ح - موازيا للمستقيم المعلوم ا - لان
 المستقيمين ح - و ا - عمودان على مستقيم واحد هو و عني
 المطلوب

(برهان القسبة الثانية) ان يقال لو مئذ من النقطة و مستقيم غير ح -
 مثل ط ح لم يكن عمودا على و هـ فيقطع ا -
 (الدعوى الخامسة والعشرون الطرية شكل كد)

المستقيمان الموازيان لثالث متوازيان اي اذا كان مستقيمان مثل ح -
 و هـ و موازيين لثالث مثل ا - كانا متوازيين
 (برهان) ان يقال لو امكن تلاقيهما في نقطة مثل م لامكن ان يمتد
 نقطة واحدة مستقيمان مرادبان لثالث وهو محال

١ (الدعوى السادسة والعشرون الطرية شكل كد)
 كل مستقيم قطع احد متوازيين بقطع الاخر اي ان اي مستقيم مثل هـ و
 اذا قطع احد متوازيين مثل ا - فانه يقطع الماوي الاخر مثل ح -
 (برهان) ان يقال لو فرض المستقيم هـ و موازيا للمستقيم ح -
 لاممكن ان يمتد من نقطة تقاطع المستقيم هـ و بالمستقيم ا - مستقيمان
 سوازيان للمستقيم ح - وقد تقدم ان هذا محال
 ٢ (الدعوى السابعة والعشرون الطرية شكل كو)

اي عمود على احد متوازيين يكون عمودا على الآخر
 اي اذا و ح مستقيمان متوازيان مثل ا - و ح - ومستقيم مثل هـ و
 عمود على المستقيم ا - كان عمودا ايضا على المستقيم ح - فيلزم ان يكون
 ح - عمودا عليه

(برهان)

عوامل المطلوب

(ثانية) *

تقطوعان بمقاطع مائل يتكون من تقاطعهما ما عدا
 مع مدرج رالارض الاول - ساوية والاخر كذلك
 دول - اسم اي رادئة من الارض الاخر
 التاسعة وللمسرون الملية شكل ك
 - اسم يكونان متوازيين اذا كانت الراويان
 متساويين

اسم و هو اذا قطعتهما ثالث مثل هو يكونان
 راويان التبار اما الداخلان - اسم و اسم و

صف المود و ح سبعة مثل ك وارل سم للمود
 د و د المود على اشقة تقاطعه ط حتى
 نقطه مثل ط طارث مثلان متساويان ك ح ط
 م ط = للصلح ط ط بالعمل والراوية ك ح ط
 فرصا والراوية ك ط ح = ط ط لثابتهما
 ية الساعة (ويلرم من ساوي هدير المثلان يكون
 للراوية ط ك ل ك للراوية ط ك ح دائرة
 الراوية ر ط كذلك ويلرم من هذا ان يكون
 رالي المستقيم ك ك وار يكون موازيا للمستقيم
 رية الحاد و المثلين ان المستقيمين المودين على
 لطلوب

وينتج من هذه الطريقة

تقطوعين بمقاطع مائل يكونان متوازيين اذا كانت
 الطارثتان متساويتين

ونائشا ان الراويين المتبادلين الخارجيتين متساويتان
ورايهما ان الراويين المتجانبين الداخليتين متساويتان لبعضهما اي ان مجموعهما
يساوي قائمتين

وحامسا ان الراويين المتجانبين الخارجيتين متساويتان لبعضهما
(ورهان القضية الاولى) ان يقال لو نصف البعد $ر ح$ بنقطة مثل $ط$
وارل منها عود $ط ك$ على $ح د$ وهذه $ك ط$ على استقامته جهة
 $ط$ حتى لاقي المستقيم $ا ب$ في $ع$ لكان $ك ع$ عودا على الخط
١ - المواري للخط $ح د$ لانه قد ثبت في المطرية السابعة والعشرين ان
العمود على احد المواريس عود على الاخره \equiv كون المثلثان الحادثان
ك $ح ط$ و $ط ر ع$ قائمتي الراوية ومتساويين لان الزوايا $ح ط$ مساو
للزوايا $ط ر$ بالعمل والراوية $ح ط ك$ مساوية للراوية $ر ط ع$
لتقابلهما براسيهما (كما في المطرية الثامنة عشر) ويلزم من تساوي هذين
المثلثين ان تكون الراوية $ك ح ط$ مساوية للراوية $ط ر ع$ وهو
المطلوب

(ورهان القضية الثانية) ان يقال حيث تبيين ان الراوية $ك ح ط =$
 $ط ر ع$ و $ط ر ع =$ اره لتقابلهما براسيهما تكون الراوية $ك ح ط$
 $=$ اره وهو المطلوب

(ورهان القضية الثالثة) ان يقال حيث تبيين ان الراوية $ك ح ط =$
 $ط ر ع$ و $ك ح ط =$ وع $و ط ر ع =$ اره تكون الراوية
 $و ع د =$ اره وهو المطلوب

(ورهان القضية الرابعة) ان يقال حيث تبيين ان الراوية $ك ح ط =$
 $ط ر ع$ وقد علم ان $ك ح ط + ط ر ع =$ قائمتين فيكون $ط ر ع$
 $+ ط ر ع =$ قائمتين وهو المطلوب

(ورهان القضية الخامسة) ان يقال حيث تبيين ان الراوية $ك ح ط =$
اره وقد علم ان $ك ح ط + ك ع د =$ قائمتين فيكون اره $+ ك ع د$

أي إذا كانت الراويتان المتجاورتان الخارجتان $أر هـ$ و $ح د$ مستقيمتين
 لبعضهما ما يكون المستقيمان $أ ب$ و $ح د$ متوازيين
 (برهانه) ان يقال حيث مجموع الراويتين المحاورين $أر هـ$ و $هـ د$
 مساو لقائمتين وبأن $ح د$ مجموع المتجاورتين $أر هـ$ و $ح د$ مساو لقائمتين
 يكون $أر هـ د ر = أر هـ د$ و $ح د$ و فاد اطرحه
 الراوية المشتركة $أر هـ$ تبقى الراوية $هـ د ر = للراوية ح د$ و
 يلزم من هذا ان يكون المستقيمان $أ ب$ و $ح د$ متوازيين وهو
 المطلوب

(الدعوى الثلاثون الطرية شكل كط)

إذا قطع مستقيم مستقيم وكان مجموع الراويتين المتجاورتين الداخلتين أكبر
 أو أصغر من القائمتين فالمستقيمان المدكوران يلتقيان في الجهة التي يكون
 فيها مجموع الراويتين المدكورتين أصغر من القائمتين
 أي إذا قطع مستقيم مثل $هـ د$ مستقيمين مثل $أ ب$ و $ر س$ وكان
 مجموع الراويتين المتجاورتين الداخلتين $أ ح ط$ و $ح ط ر$ أصغر من قائمتين
 فالمستقيمان $أ ب$ و $ر س$ يلتقيان جهة $أ و ر$
 (برهانه) ان يقال يلزم من كون مجموع الراويتين $أ ح ط$ و $ح ط ر$
 أصغر من قائمتين ان يكون المستقيمان $أ ب$ و $ر س$ غير متوازيين لانهما
 لو كانا متوازيين لكان مجموع الراويتين $أ ح ط$ و $ح ط ر$ مساويا
 لقائمتين وهذا مخالف للمفروض فببرهنا ان المستقيمين المدكورين يكونان
 غير متوازيين بقي علينا ان نبين الجهة التي يلتقيان فيها فنقول لو تد من النقطة
 $ط$ مستقيم مثل $ح د$ يوازي المستقيم $أ ب$ اظهر ان المستقيم $ر س$
 يصنع مع المستقيم $ح د$ زاوية $ر ط ح$ وأنه اذا امتد يصنع مع $أ ب$ زاوية
 مساوية ومساوية لها وحيث كانت رأس احداهما في $ط$ يلزم ان تكون
 رأس الاخرى جهة $ر$ أي ان المستقيمين $أ ب$ و $ر س$ يلتقيان جهة
 $ر$ وهو المطلوب

اي اذا كانت الراويان المبادلتان الخارجتان $أهـ$ و $حـ$ متساويتين
 يكون المستقيمان $أـ$ و $دـ$ متوازيين
 (برهانه) ان يقال حيث ان الراوية $أهـ = حـ$ بالتقابل والراوية
 $حـ د = حـ$ كذلك و $أهـ = حـ$ بالعرض تكون الراوية
 $حـ د = للراوية حـ$ ويلزم من هذا ان يكون المستقيمان $أـ$
 و $دـ$ متوازيين وهو المطلوب .

وثانيا ان المستقيمين المقطوعين تقاطع مائل يكونان متوازيين اذا كانت
 الراويان المتناظرتان متساويتين
 اي اذا كانت الراويان المتناظرتان $أهـ$ و $حـ$ متساويتين تكون
 المستقيمان $أـ$ و $دـ$ متوازيين

(برهانه) ان يقال حيث ان الراوية $أهـ = للزاوية حـ د$ بالتقابل
 والزاوية $أهـ = حـ د$ بالعرض تكون الراوية $حـ د = للراوية$
 $حـ د$ ويلزم من هذا ان يكون المستقيمان $أـ$ و $دـ$ متوازيين وهو
 المطلوب

وثالثا ان المستقيمين المقطوعين تقاطع مائل يكونان متوازيين اذا كانت
 الراويان المتجاورتان الداخلتان متتامتين لبعضهما
 اي اذا كانت الراويان المتجاورتان الداخلتان $أهـ$ و $حـ$ متتامتين
 لبعضهما يكون المستقيمان $أـ$ و $دـ$ متوازيين

(برهانه) ان يقال حيث ان مجموع الراويتين المتجاورتين $أهـ$ و $أهـ$
 مساو لمائتين ومجموع الراويتين $أهـ$ و $حـ$ مساو لقائمتين يكون
 $أهـ + أـ = أـ + حـ$ فاد اطرحت الراوية المشتركة
 $أهـ$ تبقى الراوية $أهـ = للراوية حـ د$ ويلزم من هذا ان يكون
 المستقيمان $أـ$ و $دـ$ متوازيين وهو المطلوب .
 وثانيا ان المستقيمين المقطوعين تقاطع مائل يكونان متوازيين اذا كانت
 الراويان المتجاورتان الخارجتان متتامتين لبعضهما

العمود هو اعم من المائل ح ط وهو الطول

(تنبيه)

اذا كان العمود هو والمائل ح ط متقاطعين في نقطة بين التوريس كالنقطة سم يقال في البرهان من المعلوم ان العمود سم > المائل سم ح والعمود سم > المائل سم ح ران سوع السودير اعم من مجموع المائلين سم سم ح > سم ح + سم ح = سم ح لكن سم ح + سم ح = سم ح و سم ح + سم ح = سم ح فادى يكون هو > ح ط وهو الطول

(الدعوى الرابعة والثلاثون الطريقة شكل ح)

المستقيم الموارى لاحد مستقيمين متلاقين يلاقى باثنتين مستقيمتين الموارى للآخر على راويتين احدهما تساوى راوية المستقيمين المتلاقين والاخرى تتمها

اى اذا تلاقى مستقيمان مثل ا ب و ح فهذه مستقيم مثل ط ل موارى المستقيم ا ب متساوية مستقيم مثل و د يوارى المستقيم ح فالمستقيمان ط ل و د يلتقيان على راويتين احدهما تساوى = ا ب والاخرى د ه ك تتمها

(برهان) ان نقطة ل لم تلاقى المستقيمين و ك بالمستقيم ط ل لكانا متوازيين

ويلزم من هذا انه يمكن ان يمد من نقطة واحدة مثل ب مستقيمان مثل ا ب و ح مواريان مستقيمين مثل و د وقد تقدم انه محال عند المستقيمان و ك و ط ل لا يتوازيان بل يلتقيان

ويلزم من توازي المستقيمين ا ب و ط ل ان يكون الراويتان المتبادلتان اذا خلتان ا ب و ح متساويتين من توازي المستقيمين و ك و د ان تكون المتبادلتان اذا خلتان ا ب و ح و د متساويتين فادى تكون الراويتان ا ب و ح و د متساويتين وهو

* (الدعوى الحادية والثلاثون الطريقة شكل ٤٠) *
 المستقيمان المتوازيان يكونان على ابعاد متساوية اى اذا تقاربت مستقيمان مثل
 ا- و جى كان العمودان ح و و ره المحصوران بينهما متساويين
 (رهانه) ان يقال لو وصل المستقيم و ر لكأن المثلثان الحادئان ح و و
 و روه متساويين لان الصلع و ر مشترك والزاوية ح و و = للزاوية
 و ر ه بالتبادل والزاوية ح و و = للزاوية و ر ه بالتبادل كذلك
 (بحاق الطريقة السابعة) ويلزم من تساوى هذين المثلثين ان يكون
 العمودان ح و و ره متساويين وهو المطلوب

* (الدعوى الثانية والثلاثون الطريقة شكل ٤٠) *
 المستقيمان اللذان على ابعاد متساوية يكونان متوازيين

اى ان المستقيمين اللذين على ابعاد متساوية مثل ا- و جى يكونان
 متوازيين

(رهانه) ان يقال لو وصل مستقيم مثل و ر لكأن المثلثان الحادئان
 ح و و و ر ه متساويين لان الصلع و ر مشترك والصلع ح و و =
 للزاوية ح و و = للزاوية و ر ه بالتبادل (بحاق
 الطريقة السادسة) ويلزم من تساوى هذين المثلثين ان تكون الزاوية
 ح و و = للزاوية و ر ه ويلزم من كونهما متساويين ان يكونا مستقيمان
 ح و و ا- متوازيين وهو المطلوب

* (الدعوى الثالثة والثلاثون الطريقة شكل اب) *

العمود المحصور بين المتوازيين اصغر من كل مائل محصور بينهما
 اى ان العمود هو المحصور بين المتوازيين ا- و جى اصغر من كل
 مائل مثل ح ط محصور بينهما

(رهانه) ان يقال لاربع المقتطة ح عمود ح ك على جى لكأن
 ه و = ح ك بحاق الطريقة الحادية والثلاثين ا- ك العمود ح ك >
 المائل ح ط ويلزم من كون العمود ح ك > المائل ح ط ان يكون

اب عمود على المستقيم ا- يكون ر اك + ك اء = قائمة
وايضاً من حيث ان المستقيم اك عمود على المستقيم اد يكون ر اك
+ ر اد = قائمة ويلزم من هذا ان يكون ر اك + ك اء =
ر اك + ر اد فاد اطرحت الراوية المسترك ر اك من الطرفين
نح ان الراوية ك اء = ر اد ويلزم من كون الراوية ك اء =
لراوية د هو ان تكون الراويتان ر اد و د هو متساويتين وهو
المطلوب

ومن المعلوم ان الراوية وهط مممة للراوية د هو فهي مممة للراوية
ر اد

(١٠) *

يحدن من تلاقى المستقيمين وح و دط العمودين على السيتيميين
للتلاقيين ر ا و اد اربع رواياتهما اثنتين كتاهما متساوي راوية
المستقيمين المعلومين واندا كتاهما تتمم الراوية الماك كور، فاما الزاويتان
د هو و ح هط فكلتاهما تساوي الراوية ر اد وانا الراويتان
د ه ح و وهط فكلتاهما تتمم الراوية ر اد
(الدعوى السادسة والثلاثون الطوية شكل لـ)
ادامد صلح من متب فالراوية الحادثة بمده تساوي مجموع رواياه الداخله
الا المحاوره لها

اي ادامة الصلح ر ح على استقامته جهة ح شلا فالراوية الحادثة
ادء تساوي مجموع راويتيها الداخلي ح ا و ا ر
(برهان) ان يقال لو دتمى النقطه ح مستقيم مثل ح ه يوازي الصلح
ا- لا تقسمت الراوية ادء الى زاويتين احدهما اد ه = ح ا-
بالتسادل والاخرى ه ح د = ا ر بالتساطركيون المستقيمين ا-
و ح ه متوازيين مقطوعين بالمستقيم ر د فاذن يكون اد ه +
ه ح د = ح ا- + ا ر لكن اد ه + ه ح د = ادء

المطابق

* (تنبيهات) *

الاولى يحدث من تلاقى ط و و ك اربع زوايا منها اثنتان كلتاهما تساوي زاوية المستقيمين المتساويين واثنان كلتاهما تتمم الزاوية المذكورة فاما الراويتان د ه و و ك ه ل فكلتاهما تساوي الزاوية ا ب و واما الراويتان د ه ك و ل ه و فكلتاهما تتمم الزاوية ا ب و الثاني تكون الراويتان متساويتين اذا كان كل ضلع مهمما مواريا للطيريه سواء كان على اتجاهه او على عكس اتجاهه الثالث تكون الراويتان متممات لبعضهما اذا كان كل ضلع مهمما مواريا للطيريه وكان اتجاه احد الضلعين احدهما انعكس اتجاه نظيره واتجاه الضلع الاخر كاتجاه نظيره

* (الدعوى السامية والثلاثون الطرية شكل لد) *

العمود المقام على احد مستقيمين متلاقين يتلاقى بالعمود المقام على المستقيم الاخر على راويتين احدهما تساوي زاوية المستقيمين المتساويين والاخرى تتممها

اي ان المستقيم مثل د ط العمود على مستقيم مثل ا ب متلاقين المستقيم ا ب يتلاقى بالعمود و ح المقام على المستقيم ا ب على راويتين احدهما د ه و تساوي الزاوية ا ب و والاخرى و ه ل تتممها

(برهان) ان يقال لواقيم من رأس الزاوية ا عمود ا ك على ا ب وعمود ا ب على ا ب لكان و ح مواريا ا ك و د ط مواريا ا ب وبمقتضى الطرية السابقة يتلاقى و ح بالمستقيم د ط وحيث ان كلا من المستقيمين ا ب و ه و عمود على المستقيم ا ب وكلا من المستقيمين ا ك و ه و عمود على المستقيم ا ب تكون الزاوية ا ب و مساوية للزاوية د ه و لانه قد تقدم ان الراويتين اللتين اصلعهما الدائرة متوازية ومختصة الى جهة واحدة متساويتان وحيث ان المستقيم

وناسا ان اى مثل قائم الراوية مجموع الراويين المحاورين لور قائمته
يساوى قائمة لان مجموعهما يتم قائمة
وسادسا انه اذا كان المثلث قائم الراوية ومساوى الساقين ساوت كل راوية
من المحاورين لور قائمته نصفها
وسادسا انه لا يمكن ان يكون في المثلث راويتان قائمتان كل على حدتها ادلو
كان كذلك لالرم ان يكون مجموع رواياه الثلاث اكبرس قائمتين وهو محال
وناسا انه لا يمكن ان يكون في المثلث روايتان مسعرجتان ولا مسعرجة
وقائمة

وتاسعا ان اى مثل مسعرج الراوية مجموع راويته المحاورين لور مسعرجته
اقل من القائمة

وعاشرا ان اى راوية من اى مثل مساوى الاصلاع تساوى ثلث القائمتين
او ثلثي القائمة فاذا جعل مقدار القائمة وحدة كان مقدار راوية المثلث
المتساوى الاصلاع $\frac{1}{3}$ وان جعل مقدار القائمة ١٠ ٠ ٠ درجة كان مقدار
راوية ١٠ ٠ ٠ درجة

«الدعوى السابعة والثلاثون النظرية»

ان اقوات الاصلاع المتساوية من مثلثين تساوت رواياهما المتساوية
(رهانه) ان يقال لور من لروايا المثلث الاقل بالحروف ا و س و ح
ملروايا المثلث الثانى بالرسز آ و س و ح وفرض ان صلعى الراوية
ا موازيا لصلعى الراوية آ كل لمطيره وصلعى الراوية س لصلعى الراوية
س وصلعى الراوية ح لصلعى الراوية ح ولوحط ما تقدم في النظرية الرابعة
والثلاثون ليحصل

$$١ = ١ \text{ أو } ١ + ١ = ٢ \text{ قائمتين}$$

$$س = س \text{ أو } س + س = ٢ \text{ قائمتين}$$

$$ح = ح \text{ أو } ح + ح = ٢ \text{ قائمتين}$$

فيكون $ا د = ا ب + ا ج$ وهو المطلوب

وينتج من هذه الطريقة

اولا ان كل مثلث مجموع رواياه يساوي قائمتين

اي ان مجموع الزايات $ا$ و $ب$ و $ج$ يساوي قائمتين

(برهان) ان يقال يلزم من كون الراوية $ا د = ا ب + ا ج$ ان يكون

$ا د + ا ب = ا ب + ا ج + ا ب$ ويلزم من كون مجموع

المثلثين $ا د$ و $ا ب$ مساويا لقائمتين ان يكون $ا + ب + ج$

$ا ب = قائمتين$ فثبت بهذا ان كل مثلث مجموع رواياه يساوي قائمتين

وتابعا انه اذا علم من مثلث راويتان كل على حدتها او مجموعهما علمت الثالثة

بطرح المعلوم من مقدار القائمتين لانهما متعة لمجموعهما

والثاني انه اذا ساوت راويتين من مثلث راويتين من مثلث آخر كل لمطيريه

كانت الراوية الثالثة من المثلث الاول مساوية لمطيرتها من الثاني وكان

المثلثان متساويي الروايا المتناظرة

اي اذا كانت الراوية $ا =$ للزاوية $آ$ والراوية $ب =$ للزاوية $س$

كانت الراوية $ج$ مساوية للزاوية $ح$

(برهان) ان يقال يلزم من كون $ا + ب + ج = قائمتين$

و $آ + س + ح = قائمتين$ ان يكون $ا + ب + ج = آ + س + ح$

$آ + س + ح$ فاد اطرح من الطرفين الاول $ا$ و $ب$ من الثاني

$آ$ و $س$ بقي $ح = ح$ وهو المطلوب

ورابعا انه اذا ساوى مجموع راويتين من مثلث مجموع زاويتين من مثلث آخر

مدون ان تكون كل واحدة منهما مساوية لمطيرتها كانت الراوية الثالثة من

المثلث الاول مساوية للثالثة من الثاني وفي هذه الحالة لا يكون المثلثان

متساويي الروايا المتناظرة

لكن قد استتب استتمالة وجرد المتساويات الثلاث الاخر لم يبق الا ان $1 = 1$

و $2 = 2$ و $3 = 3$ وهو المطلوب

(الدعوى التاسعة والثلاثون النظرية شكل ٢٢)

كل شكل كثي الاضلاع محدب مجموع رواياه الداخليه يساوى من القوائم
عدد اضلاعه الاثنى عشر وباقى طرحه في اثنين اى ان اى شكل $\text{عدد اضلاعه} \times 2 = 2 \times 2 = 4$ وهو مجموع رواياه الداخليه
يساوى من القوائم عدد اضلاعه الاثنى عشر وباقى طرحه في اثنين اى
(٧ - ٢) $2 \times 2 = 4 = 2 \times 2 = 4$ توائم

(رعايه) ان يقال ان اقطار هذا الشكل المار من رأس راويه واحده
تقسمه الى مثلثات مجموع رواياهها يساوى مجموع رواياه ولا يحى ان عدد
اضلاعه يريد عن عدد تلك المثلثات يصلح لان كل مثلث يستعمل على صلح من
الاضلاع الشكل ما عدا المثلثان المتطرفان فاق كلاهما ما يشغل على ضامبين
وينتج هذه النظرية

اولا ان مجموع الرواياه الداخليه من اى شكل رباعي محدب يساوى
(٤ - ١) $2 \times 2 = 4 = 2 \times 2 = 4$ فوائدها كان كاس ذلك
الرواياه يساويه كانت كل زاوية من فائده وهذه الخاصه في المربع
المستطيل

وناسا ان مجموع الرواياه الداخليه من اى شكل خماسي محدب يساوى
(٥ - ٢) $2 \times 3 = 6 = 2 \times 3 = 6$ فوائدها كان متساوى
الرواياه كان مقدار اى زاويه من رواياهه خمس الست فوائدها اوست اجناس
القائمه وبهذه الكيفيه يتبين مقدار راويه اى شكل متساوى الرواياه
اضلاعه معين

٢٢ (تبينه ان) *

الاول ادار من بالحرف م. لعدد اضلاع شكل محدب كل مجموع رواياه

ويلزم من ككون مجموع روايا المثلث مساويا لقائمتين ان يكون مجموع زوايا
المثلثين مساويا لاربع قوائم ويلزم من هذا ان لا تكون الراوية ١ مقيمة
للاوية آ والراوية ٢ مقيمة للراوية ٣ والراوية ٤ مقيمة للراوية
٥ في آن واحد اذ لو كانت كذلك للزم ان يكون مجموع روايا المثلثين مساويا
لست قوائم وهو محال بل لا يمكن ان تكون زاويتان من زوايا احد المثلثين
متممتين لطيرتيهما من المثلث الاخر في آن واحد لانهما لو كانتا كذلك للزم
ان يكون مجموع روايا الاربع المذكورة مساويا لاربع قوائم ويلزم من هذا
انعدام الراوية الثالثة من احد المثلثين وانعدام لطيرتها من المثلث الاخر
وهو محال فبين هذا انه لا بد من ان يكون في احد المثلثين زاويتان كل منهما
مساوية لطيرتها من الاخر ويلزم من هذا ان تكون الثالثة من احدهما
مساوية لطيرتها كذلك وهو المطلوب

(الدعوى الثامنة والثلاثون الطيرية)

ادعاء مدت الاضلاع المتساوية من مثلثين تساوت رواياهما المتساوية
(رهانه) ان قال لورمر لروايا احد المثلثين بالحروف ١ و ٢ و ٣
ولروايا المثلث الاخر بالرموز آ و ب و ج وعرض على صلي الراوية
١ عمودان على ضلعي الراوية آ كل على بطرته وكذا صلي الراوية ٢ على
٣ صلي الراوية ٤ وصلي الراوية ٥ على صلي الراوية ٦ مولوعظ
هاتقتد في الطيرية الرابعة والثلاثون للحصل

$$١ = آ \text{ أو } ١ + آ = قائمتين$$

$$٢ = ب \text{ أو } ٢ + ب = قائمتين$$

$$٣ = ج \text{ أو } ٣ + ج = قائمتين$$

لكن

الدالة ميبينها هذا القانون $(م - ٢) \times ٢ = م - ٢$
اعني ان اي شكل مستقيم الاضلاع محدب بحد زواياه يساوي قوائم
عدها بدرصه عدد اضلاعه الارادة

الذاني ان هذه الدعوى لا تطبق على اي شكل غير محدب

، (الدعوى الاربعون الطرية شكل ط)

اذا بد اضلاع ذوات الى اتجاه واحد بحيث لا تكون خارجه تقابل دالة
كل مجموع الروايا الحادثة مساويا لاربع قوائم

اي اذ ابد الصلح - على استقامته جهة + والصلح - جهة +
والصلح - جهة + ورمز الروايا الحادثة بالرموز - و - و -
يكون - + - + = ٤ قوائم

(برهان) ان يصال يلزم من كون - + - = قائمتين و - +

- = قائمتين و - + - = قائمتين ان يكون

- + - + - + - + - = ٦ قوائم ويلزم من
هذا ان يكون

- + - + - = ٦ قوائم - (- + - + -) لكن -

- + - + - = قائمتين فيكون - + - + - = ٦ قوائم

- قائمتين = اربع قوائم وهو المطلوب

(الدعوى الحادية والاربعون الطرية شكل م)

اذا بدت اضلاع شكل مستقيم الاضلاع محدب الى اتجاه واحد بحيث
لا تكون خارجه تقابل داخله كان مجموع الروايا السارجة الحادثة مساويا
لاربع قوائم

اي اذا بدت الصلح - على استقامته جهة - والصلح - جهة +
والصلح - جهة + والصلح - جهة - والصلح - جهة -

تصاعديه حدها الأول ٦ واساسها ٤

وان عجم رواياها الخارجية ثابت لا يغير عن الاربع قوائم

(الدعوى الثانية والاربعون المطرية شكل ٤٤) *

قطر المتوازي الاضلاع يقسمه الى مثلثين متساويين

اي ان متوازي الاضلاع مثل ا ب ح د ينقسم بالقطر د - ب مثلا الى

مثلثين ا ب د و د ب ح متساويين

(برهان) ان يقال يلزم من كون المستقيمين ا ب و د متوازيين

ومقطوعين بالقاطع د - ب ان يكون الراويان المتساويان ا ب د

و د ب ح متساويين و كذلك يلزم من كون المستقيمين ا ب و د

متوازيين ومقطوعين بالقاطع د - ب ان تكون الراويان المتساويان ا ب د

و د ب ح متساويين وحيث ان الضلع د - ب مشترك بين المثلثين ا ب د

و د ب ح يكونان متساويين (كما تقدم ان اناته في المطرية السابعة) •

ونخرج من هذه المطرية •

اولا ان الاضلاع المتتالية في اي شكل متوازي الاضلاع متساوية

وثانيا ان الروايات المتتالية في اي شكل متوازي الاضلاع متساوية

ثالثا انه اذا تساوى ضلعان وراوية بينهما من شكل متوازي الاضلاع

ضلعين آخرين وزاوية بينهما من شكل آخر متوازي الاضلاع تساوت بقية

اجزاء احدهما بقية اجزاء الاخر كل سطره

وزايد ان اذ اتساوى ضلعان متجاوران من شكل متوازي الاضلاع كانت

اضلاعه كلها متساوية

وخامسا انه اذا كانت احدى زوايا متوازي الاضلاع قائمة كانت رواياه

كلها كذلك

• (الدعوى الثالثة والاربعون المطرية شكل ٤٥) *

كل شكل رباعي تساوت اضلاعه المتقابلة فهو متوازي الاضلاع

اي اي شكل رباعي مثل ا ب ح د اذا كان فيه الضلع ا ب مساويا للمقابلة

عدد اصلاخ الاشكال	مجموع رواياتها الداخلية	مجموع رواياتها الخارجية	مجموع رواياتها الداخلية والخارجية معاً
٢	٤	٤	٦
٤	٤	٤	٨
٦	٦	٤	١٠
٦	٨	٤	١٢
٧	١٠	٤	١٤
٨	١٢	٤	١٦
٩	١٤	٤	١٨
١٠	١٦	٤	٢٠
١١	١٨	٢	٢٢
١٢	٢٠	٤	٢٤
١٣	٢٢	٤	٢٦
١٤	٢٤	٤	٢٨
١٥	٢٦	٤	٣٠
١٦	٢٨	٤	٣٢
١٧	٣٠	٤	٣٤
١٨	٣٢	٤	٣٦
١٩	٣٤	٤	٣٨
٢٠	٣٦	٤	٤٠

رأينا في هذا الجدول شاهداً على تركب من عدد اصلاخ الاشكال
سريالية عددية تصاعديّة حدها الاول ٣ واساسها واحد
وانه يتركب من مجموع رواياتها الداخلية متوالية عددية تصاعديّة حدها
الاول ٢ واساسها ٢
وانه يتركب من مجموع رواياتها الداخلية والخارجية متوالية عددية

تصاعديّة

يحدث بمدا ان الاصلاخ المتقابلة متساوية ومواريه فاذ يكون الس كاي
 المذكور متواري الاصلاخ وهو المطلوب
 (الدعوى الخامسة والاربعون الطرية شكل ٤٥)

قطر المتواري الاصلاخ ينصفان، هما
 اي ان متواري الاصلاخ $ا ب$ و $ا د$ اوصل قطرا $ا ه$ و $ا ز$
 كانت نقطة تقاطعهما في منتصف كل منهما ما أعني يكون $ا ه = ا ز$

و $ه ز = ه د$
 (برهانه) ان يقال يلزم من $ا ب$ و $ا د$ كون الشكل متواري الاصلاخ ان يكون
 الساعان المتقابلان $ا ب$ و $ا د$ متساويين و $ا ب$ و $ا د$ متساويين
 متواريين ان تكون الزاويتان المتادلتان $ا ب د$ و $ا د ب$ متساويتين
 وان تكون الزاويتان المتادلتان $ا ب د$ و $ا د ب$ متساويتين وقد اثبت
 في الطرية السابعة ان المثلثين اللذين بهذه المساوية متساويان ويلزم من تساويهما
 هذين المثلثين ان يكون $ا ه = ا ز$ و $ه ز = ه د$ وهو
 المطلوب

(تبيينها)

الاول قطر المعين ينصفها بعضهما ما عدا لانه يلزم من كون الصلاخ
 $ا ب = ا د$ والصلح $ا ه = ا ه$ والصلح $ا ه$ مشتركان يكون
 المثلث $ا ب ه = ا د ه$ للثبات، ا ه د ويلزم من تساوي هذين المثلثين ان
 تكون الزاويتان $ا ب ه$ و $ا د ه$ متساويتين ويلزم من كونهما متساويتين
 ومتساويتين ان يكون المستقيم $ا د$ عمودا على المستقيم $ا ب$ وهو
 المطلوب

الثاني كل شكل رباعي ساو اصلاخه فاقطاره تنصف رواياه وتنفص
 بعضهما عمدا

(الدعوى السادسة والاربعون الطرية شكل ٤٦)

قطرا المستطيل متساويان

د د والصلح ا د مساو والمقالة د د يكون متواري الاصلح ا د
 د د يكون الصلح ا د مساو والصلح د د والصلح ا د مساو والصلح
 د د

(ر ه ا ه) ان نال لو وصل القطر د د لكان المثلثان الحادئان ا د د
 و د د د مساويين لان الصلح د د مشترك بينهما والصلح ا د =
 للصلح د د فالعرض والصلح ا د = للصلح د د كذلك كما
 (الطرية الحادية عشر) ويلزم من تساوي هذين المثلثين ان يكون الزاوية
 ا ب د = د د د والزاوية ا د د = د د د ويلزم من كـ
 المتبادلتين ا د د و د د د تساويين ان يكون المستقيمان ا د و د د
 د و ا د د د تساوي المتبادلتين ا د د و د د د ان يكون المستقيمان
 ا د و د د متوازيين وقد ثبت انهما ان الاصلح المتقابلة متواريه كلهم
 متساوية فادن كونه الشكل المدكور متواري الاصلح وهو المطلوب

(الدعوى الرابعة والاربعون الطرية شكل ٤٤) -

اذا كان الصلعان المتقابلان في الشكل الرابعي متساويين ومتواريين كان
 الصلعان الاخران كذلك ويكون الشكل المدكور متواري الاصلح
 اى اذا كان الصلعان المتقابلان مثل ا د و د د . الرابعي ا د د د
 متساويين ومتواريين كان الصلعان الاخران ا د و د د د متساويين
 ومتواريين وكان الشكل ا د د د متواري الاصلح

(ر ه ا ه) ان نال لو وصل القطر د د لكان المثلثان الحادئان ا د د
 و د د د متساويين لان الصلح د د مشترك والصلح ا د = للصلح
 د د فالعرض والزاوية ا د د = د د د بالتبادل لكون ا د و د د
 متواريين وقد ثبت في الطرية السادسة ان المثلثين اللذين هما هذه المتساوية
 متساويان ويلزم من تساوي هذين المثلثين ان يكون الصلح ا د = للصلح
 د د وان تكون الزاوية ا د د = للزاوية د د د وحجت ان الزاويتين
 ا د د و د د د متبادلتان يكون الصلعان ا د و د د متواريين

للمثلث ا هـ د كما اثبت ذلك (في النظرية السابعة)

ويترى من تساوى هذين المثلثين ان يكون $هـ و = ا د$ وحيث ان الشكوك
الرابعى هـ و د متواري الاصلاح يكون $هـ و = د ر$ ويلزم
من هذا ان يكون $ا د = د ر$ وهما المطلوب

(وبرهان القصة الثانية) ان يقال يلزم من تساوى المثلثين ا هـ د و هـ و د
ان يكون $هـ د = ح و$ ومن توارى اصلاح الرباعى هـ و د
ان يكون $هـ د = و ر$ ويلزم من هذا ان يكون $ح و = و ر$
وان يكون $هـ د = ح ر$ وهما المطلوب

-(الدعوى السابعة والاربعون النظرية شكل ص)-

اى شكل شبهه المحرف ا د ا ب د سى وسط احد ضلعيه المتحررين مستقيم يوارى
احدى القاعدتين المتواريين اى الضلعين المتواريين فإلزم
إزلا ان هذا المستقيم يمر بوسط الضلع الآخر:

وثابا ان المستقيم المذكور يساوى نصف مجموع القاعدتين المتواريين

اى ان اى شكل شبهه المحرف م ل ا ب د ا د ا م د من القطة و التى
هى وسط ضلعه د ح غير الموازى للضلع ا ب مستقيم مثل وه يوارى
احدى القاعدتين المتواريين ا ب و ر فاعلم
اولا ان المستقيم وه يمر بوسط الضلع الآخر ا ب اى يكون ا هـ

$هـ د =$

وثابا باق السنتيم وه يساوى نصف مجموع القاعدتين المتواريين

اى و ر اى يكون $هـ د = \frac{ا ب + ح د}{٢}$

(برهان القصة الاولى) ان يقال لو وصل قطر الشكل مثل ا ح لحدث
مثلثان ا ب د و ا ح د اما الاول وهو ا ب د فيه $د و = و ر$ بالنظر
و وح يوازى اى كذلك فيلزم ان يكون ا ح ب = ح د وان يكون
و ح = $\frac{ا ب}{٢}$ واما الثانى وهو ا ح د فيه ا ح = ح د و ح هـ
يوارى ح ر ويلزم ان يكون ا هـ = هـ د وهما المطلوب

اى ان المستطيل مثل $ا ب د ه$ قطراه مثل $ا د$ و $ب ه$ متساويان
(برهانه) ان يقال يلزم من كون الصلع $ا ب$ مشتركاً في المثلثين $ا ب د$
و $ا ب ه$ والصلع $ا د = ا ه$ للصلع $ب د$ والقائمة $د ا = ا ه$
ان يكون المثلثان المذكوران متساويين ويلزم من تساويهما ان يكون
القطران $ا د$ و $ب ه$ متساويين وهو المطلوب.

(تنبيهات)*

الاول قطر المربع متساويان كما ان قطري المستطيل كذلك
النبأى قطر المربع ينصفان زواياه وينصفان بعضهما بعضاً اذا كان قطريه
المعين كذلك
الثالث الشكل الرباعي يكون متوازي الاضلاع اذا كان كل من قطريه
مصفياً للآخر

• • • (الدعوى السابعة والاربعون النظرية شكل مو)*

اذا نصف احد اضلاع مثلث نقطة ومد منها مستقيم يوازي احد الصليعين
الماقيبين فاعلم اولاً انه يمر بوسط الصلع الثالث وثانياً انه يكون مساوياً للصلف
الصلع الوارى له

اى اذا نصف صلع مثل $ا ب د ه$ من المثلث $ا ب د$ نقطة مثل $ه د$ ومد منها
مستقيم مثل $ه ز$ يوازي الصلع $ب د$ فاعلم اولاً انه يمر بوسط الصلع
الثالث $ا ب$ اعنى يكون $ا د = ب د$ وثانياً انه يكون مساوياً للصلف
 $ب د$ اعنى يكون $ه د = ب د$

(برهان القسمة الاولى) ان يقال لو مد من النقطة $ه$ مستقيم مثل $ه ز$
يوازي الصلع $ب د$ لمحدث مثلث $ه د ز$ و يساوى المثلث $ا ه د$ لانه
يلزم من توازي المستقيمين $ب د$ و $ه ز$ ان تكون الزاويتان المتناظرتان
 $ب د ه$ و $ا ه د$ متساويتين ومن توازي المستقيمين $ا ب$ و $ه ز$ ان
تكون الزاويتان المتناظرتان $د ه ز$ و $ا د ب$ متساويتين ومن المعلوم
ان الصلع $د ه = ا ب$ للصلع $ه ا$ بالهرج فيكون المثلث $ه د ز =$

نوسطى قطريه ويكون مساويا لصف مجموع قاعدتيه المتوازيين
وثانيا ان المستقيم المتصور بين وسطى قطريه يكون مساويا لصف باصل
قاعدتيه المتوازيين انظر (شكل ح)

لانه لو وصل المستقيم ط و مد على استقامته جهة ط حتى لاقى حـ
في الحدوث مثلث د ح ط فيه رط يوازي حـ ر د ر =
و د مكنون رط = حـ حـ و حيث ان ط = ا ب يكون حـ حـ
= ا ب أو حـ حـ = ا ب و حيث ان حـ حـ = حـ حـ = حـ حـ
يكون حـ حـ = حـ حـ ا ب

ويلزم من كون ح ط موازيا للصلح حـ حـ و حـ حـ = حـ حـ ان
يكون ح ط = حـ حـ هـ ا ب يكون

ح ط = حـ حـ ا ب وهو المطلوب

• (الدعوى الخادية والمسئولة الشكل د)

الشكل الرابعي يكون متوازي الاضلاع اذا كانت رواياه المتقابلة
متساوية

اي ان الشكل الرابعي مثل ا ب حـ د يكون متوازي الاضلاع اذا كانت
رواياه المتقابلة ا ب حـ د و د حـ حـ متساوية

(برهان) ان يقال حيث ان مجموع الروايه الداخليه من اي شكل رباعي
يجمع بساوي اربع قوائم يكون

$$1 + 2 + 3 + 4 = 2 \text{ قوائم وحيث ان}$$

$$1 = 2 \text{ بالعرض و } 2 = 3 \text{ كذلك يكون}$$

$$2 + 3 + 4 = 2 \text{ قوائم ويلزم من هذا ان يكون}$$

$$2 + 3 = 2 \text{ لقائمتين وحيث ان مجموع الزوايا الداخليه الدائريه}$$

و مساويا لقائمتين يكون المستقيمان ا ب و حـ د متوازيين وبمثل

هذا برهن على أن ا ب و حـ د متوازيان وهو المطلوب

تمت المقالة الاولى بحمد الله وعونه

المقالة الاولى

(ورهان القصية الثانية) ان يقال يلزم من كون $ح = \frac{ا}{ب}$ و $ح = \frac{د}{هـ}$ ان يكون $ح + ح = ح + ح = \frac{ا}{ب} + \frac{د}{هـ} = \frac{ا+د}{ب+هـ}$ وهو المطلوب

١ (الدعوى التاسعة والاربعون الطريقة شكل مو) ١

المستقيم المار بوسطى ضلعي مثل يوازي ضلعيه الثالث اى ان المستقيم هو المار بوسطى الضلعين $ا$ و $ب$ من المثلث $ا ب ح$ يوازي ضلعيه الثالث $ح$

(برهانه) ان يقال لو مت من المصطفة هو مستقيم هو يوازي $ا$ لحدث ذلك هو $ح$ الثالث اهو لان $ح = ح$ بها بالمرص والراوية $ح = ح$ للراوية $ا$ بالتساوي $ح = ح$ كما تقدم وتثبت في الطريقة السادسة ان المثلثين اللذين هما المثلثان متساويان ويلزم من تساوي هذين المثلثين ان يكون الراوية $ح = ح$ للراوية اهو ويلزم من كونهما متساويين ومتساويين ان يكون المستقيمان $ح$ و $ح$ متوازيين وهو المطلوب

٢ (الدعوى الحسون الطريقة شكل هن) ٢

اى شكل شبه المحرف المستقيم المار بوسطى ضلعيه المحرفين يوازي كلا من قاعدتيه المتوازيين

اى ان اى شكل شبه المحرف مثل $ا ب ح$ المستقيم هو المار بوسطى ضلعيه غير المتوازيين $ا$ و $ب$ يوازي كلا من قاعدتيه المتوازيين $ا$ و $ب$

(برهانه) ان يبال لو وصل احد قطري الشكل مثل $ا ب$ ونهف نقطة مثل $ح$ و مت منهما مستقيم يوازي كلا من القاعدتين المتوازيين $ا$ و $ب$ فيكون بوسطى الضلعين $ا$ و $ب$

ويلتزم من هذه الطريقة

اولا ان المستقيم المار بوسطى ضلعي شبه المحرف غير المتوازيين يمر ايضا

* (المقالة الثانية)

٢ (في بيان الدائرة ومقادير الرواها)

(حدود)

(حد ١) (شكل ٤٦) محيط الدائرة من حيث محيطه على انحاء متساوية من نقطة داخلية بمعنى مركزها

والدائرة سطح من محيطها هذا الخط المنحنى

(حد ٢) نصف القطر مستقيم تمتد من المركز الى المحيط مثاله ٢١ من (الشكل ٤٦)

والقطر مستقيم يترى بالمركز وينتهي بسطحين من المحيط مثاله ٢٢ من

(الشكل ٤٦) وعمدة هي تسمية سطح الدائرة يكون انصاف الاعداد كلها

متساوية وكذلك الاعداد وبتبع مركزها نصف سطح الدائرة ان المعطاة الى

يكون نصفها عن المركز اكر من نصف القطر يكون خارجة عن المحيط وألتي

بعد هاء عن المركز اعم من نصف القطر يكون داخل الدائرة

(حد ٣) القوس جزء من المحيط مثاله ٢٣ من (الشكل ٤٦)

والوتره قطعة يسرى بطريق القوس مثاله ٢٤ من (الشكل ٤٦)

(حد ٤) قطعة الدائرة جزء منها يحاط بقوس ووتره مثاله القطعة ٢٥ من

أر القطعة والوتر من (الشكل ٤٦)

(سليمه)

اعلم ان الوتر مثل ٢٥ انما يسبب عند الاعداد في القوس الاصغر وان كان

موافقا للقوسين والقطعتين الكبرى والصغرى

(حد ٥) قطع الدائرة من الدائرة محيطها قوس ونصف في قطريها واصلين

الى نهايتي ذللك القوس مثاله ٢٦ أو ٢٧ أو ٢٨ من

(الشكل ٤٦)

(حد ٦) (شكل ٤٧) المستقيم الداخل ما كان مرسوما داخل

الدائرة وودها نقطتين من محيطها مثاله المستقيم ٢٩ من (الشكل ٤٧)

كل مستقيم قسم المحيط الى جزءين متساويين يكون قطرا اي ان كل مستقيم
مثل $ا-ب$ يقسم المحيط $ام-ب$ في النقطة $ب$ الى حزين
متساويين يكون قطرا

(برهانها) ان يقال لو لم يكن $ا-ب$ قطرا لكان مركز المحيط كالمقطة $و$
مثلا خارجا عنه ويارسم به ان يكون المستقيم $ا-ب$ مثلا خارجا القطر ويلزم
من كونه قطرا ان يكون $ام$ في نصف المحيط ويلزم منه ان يكون المركز
 $ام$ ك $ساويا للكل ام-ب$ وهو محال ويلزم ان يكون
المركز على المستقيم $ا-ب$ اي ان $ا-ب$ غرا لقطر وهو المطلوب انتهى
(شكل ٩٤ الثاني)

(الدعوى الثانية الطرية شكل ٩٥)*

كل وتر اصغر من القطر

اي ان كل وتر مثل $ا-ب$ وهو اصغر من القطر
(برهانها) ان يقال لو وصل من $ب$ الى المركز $ا$ فمما قطرين $ا-ب$ و $ا-و$
حدث مثلث $ا-ب-و$ اي صلح من $ا$ لاعداد اصغر من مجموع الصلحين
الآخرين

ومن اما لو لم ان اعدا اضلاعها هو الوتر وهو اصغر من مجموع نصفي القطرين
وهذا المجموع يساوي محيطا كاملا حيث يدكرن الوتر اصغر من القطر
(البرهان)

ينبع من هذه النظرية ان اكر حط مستقيم يمكن رسمه في الدائرة يساوي قطرها
(الدعوى الثالثة الطرية شكل ٩٦ من ٢)

اي مستقيم قاطع لا يمكن ان يقطع محيط الدائرة في اكثر من نقطتين
(برهانها) ان يقال لو فرض ان مستقيما مثل $م-ن$ يقطع محيطا كالدائرة
مركزه $و$ في ثلاث نقاط مثل $ا-ب-ج$ لا يمكن توصيل انصاف
اقطار مثل $ا-و$ و $ب-و$ و $ج-و$ ولو فرض ان النقطة $م$ هي وسط الوتر
 $ا-ب$ والنقطة $ن$ وسط الوتر $ب-ج$ ثم وصل $وم$ و $ون$ للزمان يكون

الزاوية الداخلية زاوية رأسها بالمحيط وعداها وزان مثالها الزاوية - أ ح
من (الشكل ٤٧)

المثلث الداخلي من رأسه بالمحيط مثالها المثلث - أ ح من (الشكل ٤٧)
ويقال للدائرة دائرة خارجية بمعنى أنها مسوومة عليه
كثير الاصلاخ الداخلي شكل رأسه بالمحيط ويقال للدائرة دائرة خارجية حادة
بالمعنى المتقدم

(حد ٧) القاطع مستقيم يقطع محيط الدائرة في نقطتين مثالها المستقيم
أ - من (الشكل ٤٨)

(حد ٨) المستقيم المماس لمحيط الدائرة هو مستقيم لا يشترك مع المحيط
إلا في نقطة واحدة مثالها المستقيم ح د من (الشكل ٤٨) ونقطة المماس
هي نقطة الاشتراك مثالها م

(حد ٩) الدائرتان المتماثلتان دائرتان لا يشتركان محيطيهما إلا في نقطة
واحدة

(حد ١٠) كثير الاصلاخ الخارجى ما كانت جميع اصلاعه مماسة للمحيط
مثالها كلام الخ من (الشكل ١٦٠) ويحيى يدعى بالدائرة الداخلية
بمعنى أنها مسوومة داخلها

» (دعوى) *

» (الدعوى الأولى البطرية شكل ٤٩) »

كل قطر يهدف الدائرة والمحيط

أي أن كل قطر مثل أ - يقسم الدائرة والمحيط إلى جزئين متساويين
(برهاها) أن يقال لو جعل القطر أ - فصلا مشتركا وطلق الشكل
أ ه ب على الشكل أ و - لأنطق الخط الممضى أ ه ب على الخط
الممضى أ و - انطسا قايلا والالكان في احداهما نقطتا بعداهما عن المركز
غير مساوية وهذا مخالف لتعريف محيط الدائرة

» (تدريج) *

القدس المسمى رافداً ثانياً واحد في دوائر تدويره كذا في
الآلة

والرأى في كذا والآلة في كذا رافداً ثانياً واحد في دوائر تدويره كذا في
الآلة

الآلة كذا والآلة كذا رافداً ثانياً واحد في دوائر تدويره كذا في
الآلة كذا والآلة كذا

الآلة كذا والآلة كذا رافداً ثانياً واحد في دوائر تدويره كذا في
الآلة كذا والآلة كذا

الآلة كذا والآلة كذا رافداً ثانياً واحد في دوائر تدويره كذا في
الآلة كذا والآلة كذا رافداً ثانياً واحد في دوائر تدويره كذا في
الآلة كذا والآلة كذا رافداً ثانياً واحد في دوائر تدويره كذا في
الآلة كذا والآلة كذا رافداً ثانياً واحد في دوائر تدويره كذا في

الآلة كذا والآلة كذا رافداً ثانياً واحد في دوائر تدويره كذا في
الآلة كذا والآلة كذا رافداً ثانياً واحد في دوائر تدويره كذا في
الآلة كذا والآلة كذا رافداً ثانياً واحد في دوائر تدويره كذا في
الآلة كذا والآلة كذا رافداً ثانياً واحد في دوائر تدويره كذا في
الآلة كذا والآلة كذا رافداً ثانياً واحد في دوائر تدويره كذا في

(١٠)

اعلم ان ادراك كل رافداً ثانياً واحد في دوائر تدويره كذا في
اصحروما هر س (الآلة كذا) رافداً ثانياً واحد في دوائر تدويره كذا في
اسك كذا القور اسك والوتر أي اجبر من الوتر كذا
* (الدعوى السادسة النظرية شكل ٥١)

القطر العمود على وتر ينصفه وقوسه

دم عمودا على AB و OM عمودا على AC لأن AC كلاهما
الساويين AB و BC متساوي الساقين ويلزم من هذا أن يكون OM
عمودا على AC و OM على المستقيم BC وهو محال
* (الدعوى الرابعة النظرية شكل ٥٠) *

الاقواس المتساوية أو تارة عامة زاوية والاهتار المتساوية أو واسمها متساوية
سواء AC كان ذلك في دائرة واحدة أو في دائرة متساوية والدوائر المتساوية
ما كانت انصافا قطارها متساوية

أي إذا كان القوس AC مساويا للقوس BC في ABC يكون الوتر AB
مساويا للوتر BC وبالعكس أي إذا كان الوتر AB مساويا للوتر BC
يكون القوس AC مساويا للقوس BC

(نراه في القسمة الأولى) أن يقال يلزم من كون القطر AB مساويا للقطر
هو أن ABC تطبيق نصف الدائرة AC على نصف الدائرة
هو BC ويلزم من هذا أن يتخذ الخط المنحنى AC بالخط المنحنى
هو BC واتحادا كليا وحيث أن الجزء AC مساويا للجزء BC
بالعرض تقع النقطة C على المستقيمة BC فإذن يكون الوتر AB مساويا
للوتر BC وهو المطلوب

(نراه في القسمة الثانية) أن يقال لو وصل نقطة القطر BC و AC
مساوية لأن AB و BC أصلا وهما المتساوية متساوية أعني AB
 BC و AC و AB و BC و AC و AB و BC و AC و AB و BC و AC
سواءين ويلزم من تساويهما أن تكون الزاوية ABC مساوية للزاوية
هو BC فلو طبق نصف الدائرة AC على مساوية BC و لو طبق نصف
القطر BC على نصف القطر AC لأن الزاوية ABC هو BC
ووضعت النقطة C على النقطة BC فإذن يكون القوس AC مساويا
للقوس BC وهو المطلوب

(الدعوى الخامسة النظرية شكل ٥٠) *

آله أصلي

* (مقدمتان) *

المقطبان المتقابلان بالنسبة لم نقطتين موضوعتين على عمود واحد على هذا المستقيم بعداهما عن موقع العمود متساويان والمستقيم المذكور يسمى محور التماثل

(الدعوى الحادية عشر النظرية شكل ٥٦ رسرا)

إذا كان المحيط الدائريين نقطة مشتركة خارجة من المستقيم المار بمركزهما فلا بد وان يكون له ما نقطة أخرى مشتركة مماثلة للأولى بالنسبة للمستقيم المركز، أي إذا كان المحيط الدائريين نقطة مشتركة مثل a خارجة عن المستقيم cd المار بمركزيهما c و d فلا بد وان يكون له ما نقطة أخرى مشتركة مثل a' مماثلة للأولى a بالنسبة للمستقيم المركز cd (برهام) ان يقال حيث كان aa' عمودا على cd و $ab = a'b'$ يكون $ac = a'c$ و $ad = a'd$ ويلزم من هذا ان يميز المحيط الذي مركزه c ونصف قطره ca بالنقطة a' وان يميز المحيط الذي مركزه d ونصف قطره da بالنقطة a' كذلك

ما ينتج من هذه النظرية

ينحصر في الآتي انه إذا تقاطع محيطا دائرتين فالنقطتين المار بمركزيهما يكون عمودا على وسط الوتر المشترك وثانياً انه إذا تماس محيطا دائرتين فمقطة التماس تكون على المستقيم المار بمركزيهما إذا كانت خارجة عنه للزم ان يشترك المحيطان في النقطة المماثلة لهما ويلزم من هذا تقاطعهما

* (الدعوى الثانية عشر النظرية شكل ٥٦ رمز ب) *

إذا كان محيطا دائرتين خارجيتين عن بعضهما كان العددين مركزيهما a و b كـ

التماس وطرا

١ - (الدعوى العاشرة النظرية شكل ٥٥ و ٥٦)

القوسان المحصران من المحيط بين مستقيمين متوازيين متساويين

أي أن القوسين مثل ط ك و ل المحيطين من المحيط بين مستقيمين

متوازيين مثل أ ب و ج ه متساويين .

ولهذه الدعوى ثلاث حالات

الاولى أن يكون المستقيمان المتوازيان قاطعين للمحيط حينئذ يرسم نصف

القطر ج ب عمودا على الوتر ط ل فيكون انصاعمودا على مواريه

ك أ هـ ، ان تكون النقطة ج وسط كل من القوسين ط ج و ل ك و

ويلزم من هذا أن يكون القوس ط ج = للقوس ج ل والقوس

ج ل = للقوس ل ك وحيث أن الأشياء المتساوية اذا طرحت منها

أشياء متساوية كانت البقية متساوية يكون

ط ج - ك ج = ج ل - ل ك أي أن القوس ط ك = ل ك .

وهو المطلوب

الناية أن يكون احد المتوازيين قاطعا والاخر مماسا كما في (الشكل ٥٦)

بموجب المركز ونقطة التماس ج نصب القطر ج ب فيكون عمودا

على المماس هـ د وعلى مواريه ط ل ويلزم من هذا أن تكون النقطة

ج وسط القوس ط ج و ل وهو المطلوب

الثالثة أن يكون المستقيمان المتوازيان مماسين للمحيط كما في (الشكل ٥٦)

ويرسم القاطع أ ب موازيا لهما فعلى ما ذكر في الحالة الثانية تكون القوس

ط ج = ج ل والقوس ط ل = ج هـ ويلزم من هذا أن يكون

القوس ج ط ل = للقوس ج ل هـ وهو المطلوب

* (تنبيه)

أذا فصل المستقيمان من المحيط قوسين متساويين كانا متوازيين وبشرط في

هذا أن يكون كل من القوسين في جهة واحدة بالنسبة لكل من المستقيمين

عسبقتين حدث مثلث اصلاعه المعتبرين α و β ونصف القطر γ
 و نصف القطر δ وقد ثبت في المقالة الاولى ان اي صلع من اي مثلث
 اصغر من مجموع الصلعيين الاخرين راكبر من فاصلهما فاصلاهما كونه المعتبرين
 المركزين اصغر من مجموع نصفي القطرين واكبر من فاصلهما وهو المطلوب
 ﴿ففيه﴾

اعلم ان لكل من البطرية السابعة عشر واثنا عشر والرابعة عشر
 والحادسة عشر والسادسة عشر عكس صحيح. هل البرهة اي اذا كان العدد
 بين المركزين اصغر من مجموع نصفي القطرين α و β فاصلهما يتقاطع
 المحيطان لهما ما لم يتقاطعا لكانا خارجيين او احدا في الخارج
 او تماسيين في الداخل فاصلهما خارجي يلزم ان يكون المعتبرين المركزين اكبر
 من مجموع نصفي القطرين وان كانا داخلين يلزم ان يكون المعتبرين المركزين
 اصغر من فاصل نصفي القطرين وان كانا تماسيين في الخارج يلزم ان يكون
 العدد بين المركزين مساويا لمجموع نصفي القطرين وان كانا تماسيين في الداخل
 يلزم ان يكون بعد المركزين مساويا لفاصل نصفي القطرين وكل ذلك خلافا
 للمروص فحينئذ يتقاطع المحيطان وهو المطلوب

(الدعوى السادسة عشر البطرية ثامن (٦٨) -)

الروايات المركبة المتساوية اقواسا متساوية وبالعكس اي الاقواس المتساوية
 راياها المركبة متساوية سواء كان ذلك في دائرة واحدة او في دوائر متساوية
 اي اذا كانت الراوية المركبة α و β مساوية للراوية المركبة γ و δ
 يكون القوس α مساويا للقوس γ وبالعكس اي اذا كان القوس
 α مساويا للقوس γ تكون الراوية المركبة α و β مساوية للراوية
 المركبة γ و δ

(رهاب القضية الاولى) ان يقال لو طبقت الراوية α و β على مساويتها
 γ و δ وقعت النقطة α على النقطة γ والنقطة β على النقطة δ

من مجموع نصفي قطريهما

$$ر'ها ان يقال حيث ان $ح = ا + ح' + ا' = ا + ا' يكون$
 $د = ح + ا + ح' وهو المطلوب$$$

(الدعوى الثالثة عشر المطرية شكل ٥٦. مصر ٥)

اذا كان احد محيطي الدائرتين داخلا في دائرة المحيط الاخر دون ان يتلاقيا
 كان الهندسين مركبهما الصغرى فاصل نصفي قطريهما
 (برهانها) ان يقال لزم من كون $ح = ا - ح' - ا' = ا - ا'$
 ان يكون $د = ح - ا - ح' وهو المطلوب$

(الدعوى الرابعة عشر المطرية شكل ٥٩.)

اذا كان محيطا دائرتين في زاوية الزح كل الهندسين مركبهما مساويا لمجموع
 نصفي لزمهما
 (برهانها) ان يقال يلزم من كون نقطة التماس ا على المستقيم الماء
 بالمركبين ان يكون $ح = ا + ا' وهو المطلوب$

(الدعوى الخامسة عشر المطرية شكل ٦٠.)

اذا كان محيطا دائرتين في الداخل كل الهندسين مركبهما مساويا لفاصل
 نصفي لزمهما
 (برهانها) ان يقال لزم من كون نقطة التماس ا على المستقيم الماء
 بالمركبين ان يكون $ح = ا - ا' وهو المطلوب$

(الدعوى السادسة عشر المطرية شكل ٦٠ الثاني.)

لدا تقاطع محيطا دائرتين كان الهندسين مركبهما ما اصغر من مجموع نصفي
 قطريهما او اكبر من فاضلهما

(برهانها) ان يقال لو وصل بين احدى نقطتي التقاطع مثل ا والمركبين د

استراتيجية أحمد - المارية محمد - العيس أم - العيس محمد
وهي المطلوب

نسبة القوس أ ب . القوس د هـ الجاوية أ ب . الزاوية
د هـ لانه يلزم من تساوي الضلعيين أن تكون الزاوية
أ ب د تساوي الزاوية د هـ أ . و
و لانه يلزم من تساوي الضلعيين أن تكون الزاوية
أ ب د تساوي الزاوية د هـ أ . و

(مرحلتها) ان يقال لو لم تكن هذه التسمية صحيحة لكان حدها الرابع اما اكبر من القوس اذ او اضع مره فان كان اكبر من القوس اى بان كان

ويلزم من هذا ان يقع القوس α على القوس δ فاذن يكونان
متساويين وهو المطلوب
(ورثان القصبة الثانية) ان يقال لو لم تكن الراوية α مساوية
الراوية δ كانت اما اكبر منها او اصغر منها ولو كانت الراوية α
اكبر من الراوية δ فان احده من الراوية α كبرى راوية مثل α و
مساوية للراوية δ كان القوس α مساويا للقوس δ بمقتضى
ما سبق وقد فرض ان القوس α مساو للقوس δ فلم ان يكون
القوس α مساويا للقوس δ ويلزم من هذا ان يكون الجزء مساويا
للكل وهو محال فقد ثبت من هذا انه لا يمكن ان تكون الراوية α اكبر
من الراوية δ وعمل هذا يبرهن على انه لا يمكن ان تكون الراوية α
اصغر من الراوية δ وبه ثبت ان الراوية α مساوية للراوية
 δ وهو المطلوب

«الدعوى الثامنة عشر النظرية شكل ٦٢» *

اذا كانت النسبة بين الرايتين المركبتين كالنسبة بين عددين صحيحين كانت
النسبة بين قوسيهما مساوية للنسبة المدكورة سواء كان ذلك في دائرة واحدة
او في دوائر متساوية
اي اذا كانت النسبة بين الرايتين المركبتين α و δ كالنسبة
بين عددين صحيحين كانت النسبة بين قوسيهما α و δ مساوية
للسبة المدكورة اعني تكون

نسبة الراوية α : : الراوية δ : : القوس α : : القوس δ
وهو سواء كان ذلك في دائرة واحدة او في دوائر متساوية

(برهانها) ان يقال لو جعلت راوية مثل الراوية α مقياسا مشتركا وفرض
ان الراوية α تشمل على الراوية δ سبع مرات وان الراوية δ تشمل
على الراوية α اربع مرات وكانت الاقواس α و δ و γ و β
و ϵ و ζ و η و θ وكذلك الاقواس α و δ و γ و β

تقاس بالقوس المحصورين صليها

ولتقسم هذه المقارنة يتقسم محيط الدائرة الى ٣٦٠ جزءاً متساوية تسمى
درجات وكل درجة الى ٦٠ دقيقة وكل دقيقة الى ١٠ ثواني وهكذا
فإذا كان القوس المحصورين صلي راوية مركزه تحتها على ١٤ درجة
تقاس هذه الراوية يكون $\frac{2}{9}$ اي $\frac{2}{15}$

(تليه)

المسألة بين قطبين دائريين واحد في دائرة متساوية كالدائرة بين دوسهما

(الدعوى العشر من السطوح شكل ٦٤ و ٦٥)

كل راوية شحلية تقاس نصف القوس المحصورين صليها

اي ان كل راوية شحلية مثل الراوية ساء تقاس بنصف القوس

المحصورين صليها

(بمعناها) ان تقاس الزوايا في المركز ح واقفاً على شحلية الراوية ساء

• ككأى (الشكل ٤) زوايا السطوح ١١ بين السطوح ساء

وهي اثنان الزاوية ساء المارحة من الدائرة ساء متساوية

لجميع الزاويتين ساء و ساء رحبتان المنح حاء يساري الصلح

وهو تكوين الزاوية ساء = زاوية ساء ويأرم من هذا تكون

الزاوية ساء نصف الزاوية ساء بين الزاوية المركزية ساء

تدبر القوس ساء يقع من ذلك ان الزاوية ساء تقاس بنصف

القوس ساء وذلك ما يبرهن على ان الزاوية ساء ان نصف القوس

هو فيج من هذا ان الزاوية المركزية ساء تقاس بنصف القوس السطحي

سواء وهو المطلوب

ولو فرض المركز حاء حاضراً الزاوية ساء ككأى (الشكل ٦٥) ثم

وصل انظر انه ملأت زاوية ساء قياسها نصف القوس ساء

والزاوية ساء قياسها نصف القوس ساء ويأرم من هذا ان تقاس

الزاوية ساء الى حى فاصل الزاويتين ساء و ساء بنصف فاصل

مساويا للقوس أو مثلثات

نسبة الراوية أـ : : الراوية أـ جـ . القوس أـ : : القوس أـ . أو
والنصودان القوس أـ مقسوم الى اقسام تساوية كل سها اصغر من
القوس و لو وقع احدى نقط التقاسيم مثل النقطة هـ بين النقطة
د والنقطة و فلو وصل نصف القطر حـ هـ لكنت النسبة بين القوسين
أـ و اـ كالنسبة بين عددين صحيحين وحينئذ تكون

نسبة الراوية أـ : : الراوية أـ هـ : : القوس أـ : : القوس
اـ فلو قربت هذه المتناسبة بالمتناسبة المتقدمة حدث

نسبة الراوية أـ : : الراوية أـ هـ . القوس أـ : : القوس
أـ . حيث ان الحد الاول من هذه المتناسبة اصغر من تاليه يلزم ان يكون
الحد الثالث اصغر من تاليه ويلزم من هذا ان يكون الكل اصغر من الجزء
وهو محال فثبت بهذا انه لا يمكن ان تكون

نسبة الراوية أـ : : الراوية أـ جـ : : القوس أـ : : قوس أكبر
من أـ ومثلها ايها على انه لا يمكن ان تكون

نسبة الراوية أـ : : الراوية أـ جـ : : القوس أـ : : قوس اصغر
من القوس أـ . حينئذ تكون

نسبة الراوية أـ : : الراوية أـ جـ : : القوس أـ : : القوس أـ
وهو المطلوب

*(في قياس الروايات)

فان كمية كل البحث من النسبة بين هذه الكمية والوحدة التي من نوعها فادا
جعلت الراوية القائمة وحدة كان مقدار اى راوية عبارة عن النسبة بين هذه
الراوية والراوية القائمة

وحيث ان من النظرية المتقدمة انه يمكن ابدال النسبة بين اى راوتين
مركبتين بالنسبة بين قوسيهما فلما منع من مقارنة قوس الراوية المركبة
بربع المحيط بل مقارنتها بالراوية القائمة وهذا معنى قولهم ان الراوية المركبة

٢ (الدعوى الثانية والعشرون المطروحة شكل ١٦٩ أ ب)
كل زاوية رأسها بين المركز والمحيط تقاس نصف القوس المحصور بين ضلعيها
مضافا اليه نصف القوس المحصور بين امتدادى ضلعيها
أي أن كل زاوية مثل α رأسها بين المركز والمحيط تقاس نصف القوس
 β المحصور بين ضلعيها مضافا اليه نصف القوس γ وهو المحصور بين
امتدادى ضلعيها

(برهان) ان يوصل المركز θ فتكون الزاوية α الخارجة عن
المثلث $\alpha\theta\beta$ مساوية لمجموع الزاويتين الداخلتين $\alpha\theta\gamma$ و $\theta\beta\gamma$
وبما أن الزاوية $\alpha\theta\gamma$ تقاس بنصف القوس γ والزاوية $\theta\beta\gamma$
تقاس بنصف القوس β ينتج أن الزاوية α تقاس بنصف القوس
 $\beta + \gamma$ مضافا اليه نصف القوس γ وهو المطلوب

٣ (الدعوى الثالثة والعشرون المطروحة شكل ١٦٩ ج د) *

كل زاوية رأسها خارجة عن المحيط تقاس نصف القوس المعبر به رؤسها
المحصورين ضلعيها مطروحا به نصف القوس المحصور كذلك بينهما
أي أن كل زاوية رأسها خارجة عن المحيط مثل الزاوية α تقاس بنصف
القوس $\beta + \gamma$ المعبر رؤسها المحصورين ضلعيها مطروحا به نصف
القوس δ هو الحد المحصور كذلك بينهما

(برهان) ان يوصل المركز θ فتكون الزاوية α الخارجة عن
المثلث $\alpha\theta\beta$ مساوية لمجموع الزاويتين الداخلتين $\alpha\theta\gamma$ و $\theta\beta\gamma$
وبما أن الزاوية $\alpha\theta\gamma$ تقاس بنصف القوس γ والزاوية $\theta\beta\gamma$
تقاس بنصف القوس β ينتج أن الزاوية α تقاس بنصف
القوس $\beta + \gamma$ مضافا اليه نصف القوس δ وهو المطلوب

(تمت)

إذا كان أحد ضلعي الزاوية قاطعا والآخر مماسا أفكلاهما مماسا للمحيط

الدائرة فلا تزال هذه المطروحة صحيحة والبرهان واحد

٤ (الدعوى الرابعة والعشرون المطروحة شكل ١٦٨) *

القوس ـ هـ و ـ د هـ

مبدأ ثبت هذا ان كل زاوية محيطية تقاس نصف القوس المحصور بين ضلعيها
« (مباحث) »

نخرج من هذه المطرية اولاً ان الزاوية المحيطية مثل ـ ا ر و ـ د هـ الخ
المرسومة في قطعة واحدة متساوية لان نصف القوس ـ و د هـ تقاس لكل
من تلك الزوايا كما في (الشكل ٦٦)

ثانياً ان الزاوية المرسومة في نصف الدائرة مثل الزاوية ـ ا د ك كما في
(الشكل ١٧) تكون قائمة لانها تقاس نصف نصف المحيط ـ و د ا ي
ربع المحيط

ثالثاً ان الزاوية المرسومة في قطعة اكبر من نصف الدائرة مثل الزاوية
 ـ ا ح د من (الشكل ٦٦) تكون حادة لانها تقاس نصف القوس ـ و د ا ي
الاقبل من نصف المحيط

ورابعاً ان الزاوية المرسومة في قطعة اصغر من نصف الدائرة مثل الزاوية
 ـ و د ا ي من (الشكل ٦٦) تكون مسطحة لانها تقاس نصف القوس
 ـ ا ح د الاكبر من نصف المحيط

* (الدعوى الحادية والعشرون السابقة شكل ٦٩)

الزاوية الحادة من تماس ووتر تقاس نصف القوس المحصور بين ضلعيها
اي ان الزاوية الحادة من تماس ووتر تقاس نصف الزاوية ـ ا ح د تقاس نصف
القوس ـ ا م د المحصور بين ضلعيها

(برهان) ان يوصل القطر ـ ا د المار بنقطة التماس ـ ا فيكون نصف
القوس ـ ا م د معياراً للزاوية القائمة ـ ا د ي ونصف القوس ـ ا ح د
معياراً للزاوية المحيطية ـ ا ح د ويلزم من هذا ان يكون نصف القوس الكلي
لهم ـ د هـ معياراً للزاوية الكلية ـ ا ح د وهو المطلوب

وتدل هذا يدبر على ان الزاوية ـ ا ح د تقاس نصف القوس ـ ا ح د المحصور
بين ضلعيها

(الدعوى السابعة العملية شكل ٧١) *

إذا كان المطلوب إقامة عمود على مستقيم من نقطة معينة عليه فطريقة ذلك
أن يعرض المستقيم المعلوم α - والنقطة المعينة عليه α ثم يؤخذ من
المستقيم α نقطة β على أي النقطة α ونقط أخرى مثل γ
على يسارها بحيث يكون $\beta\gamma = \alpha\beta$ $\alpha\gamma$ ثم يؤخذ من
باليكارا كمرس α ويركز النقطة β ويرسم قوس دائرة فوق الخط
 α - أو تحته ثم يركز في النقطة γ ويرسم قوس دائرة كذلك ثم يوصل
مستقيم بين نقطة تقاطع القوسين والنقطة المعينة α فهذا المستقيم يكون
هو العمود المطلوب

والدليل على صحة هذه العملية أن لو وصل β γ - حدث مثلث
ساوي الساقين وبذلك يقرر في المقالة الأولى أن المستقيم المار من رأس
المثلث المساوي الساقين إلى وسط قاعدته يكون عموداً عليها

(ب) *

إذا علم مستقيم مثل α - ونقطه معينة عليه مثل β وكان المطلوب أن يمد
من النقطة β - مستقيم يصح مع المستقيم المعلوم α - زاوية قائمة فعمل
العملية المقترحة هي:

(الدعوى الثامنة العملية شكل ٧٢ أ إلى ب) *

إذا كان المطلوب أن يراد عمود على α - مستقيم معلوم من نقطة خارجة عنه
طريقة ذلك أن يعرض المبدأ α - والنقطة المعلومة α
ويؤخذ على α - نقطتان مثل β γ - ثم تؤخذ نقطة باليكارا δ -
في α - ويركز النقطة β ويرسم محيط دائرة ثم يركز باليكارا γ -
في α - ويركز النقطة δ ويرسم محيطاً دائرة يمسح المحي α - في النقطة
 δ - وفي نقطة أخرى مثل ϵ - ثم يوصل مستقيم بين تقاطع المقاطع ويكون
هو العمود المطلوب

والدليل على صحة هذه العملية أن المستقيم $\delta\epsilon$ - المار بالمركزي δ ϵ -

الراويان الممتثلان من كل شكل رباعي داخلي ممتثلان لبعضهما
أي من مجموع الراويين المقابلتين مثل - و د س كل شكل رباعي
داخلي مثل ا ب د ه يساوي قائمتين لأن الراوية - تقاس نصف القوس
ا د ه والراوية د تقاس نصف القوس ا ب د ه فيكون نصف المحيط
مقياسا لمجموع الراويين - و د فاذن يكون مجموعهما مساويا لقائمتين
وهو المطلوب

رباعا عكس ا د ا و د ه في شكل رباعي مثل ا ب د ه راويان متقابلتان ممتثلان
لأحدهما كما كان دلالا على كل قبالا للرسم في الدائرة
لأنه لو فرض رسم دائرة بالقوس الثلاث ا ب د ه لكان نصف القوس ا ب د ه
مقياسا للراوية د ويلزم من هذا ان يكون نصف القوس ا ب د ه مقياسا
للاوية - ا ب د ه لراوية د وهذا لا يتناقض الا اذا كانت الراوية -
ممتثلة وهو المطلوب

* (في الدوائر العملية المعلقة بالمقالة الاولى والثانية) *

١ (الدعوى الاولى العملية شكل ٧٠)

اذا كان المثلث مستقيما مستقيما مستقيما مستقيما مستقيما مستقيما
ان يوحده باليد كما ذكرنا نصف الخط ا ب و مركز النقطة ا
يرسم منه ا ب ا ح ه فوق الخط ا ب و ا ح ه ثم يركز النقطة -
ر م ترسان كذلك ثم يصل مستقيم بين نقطة تقاطع القوسين اللذين فوق
الخط و نقطة تقاطع القوسين اللذين تحته فهذا المستقيم يكون عمودا على
وسط المستقيم العلوي والدليل على صحة هذه العملية انه لو وصل ا د و د ه
و ه ه لكان الشكل المثلث مستقيما وقد يقرر في المقالة الاولى
ان قاري اللين يسفان بعضهما بما عدا ا فثبت بهذا ان البعد ا ب =
ا ح د ه

* (تلييه) *

هذه العملية تستعمل لإقامة عمود على وسط مستقيم محدود

الراوية مقام محدود في وسط الزمان فلهذا العزم من الراية
أ ٥

(نسيب)

يمكن بالطريقة المتقدمة أن نعلم القوس المعلوم الراوية أنه من الراية
امرأة تهايه أو غاية أو ... عشر و ...

(الدعوى الدائمة العزم، شكل ٥)

إذا علم من معين نقطة خارجة من وكان المطلوب المستقيم عبرها
المعروفة ويؤري المستقيم المعلوم طريقه، ذلك أن يحرص المستقيم المعلوم
منه والنقطة الموصلة أو ونقطة من المستقيم المعلوم كالنقطة
هـ ثم توجد نقطة بالبيكار هذا المبدأ أو ويركز النقطة أ برسم
القوس عبر الحدود هـ د ثم يركز النقطة هـ برسم القوس أ ب
ويؤرخا هـ = أ ب ثم يوصل المستقيم أ ب ويكون هو المؤري المطلوب
والدليل على صحة هذه العملية أنه لو وصل المستقيم أ ب لظهر أن الراوية
التي بدلتها الدخلة هـ د هـ أي مساوية وتعلم من هذا
أن يكون المستقيم هـ د و أ ب مرارياً

(الدعوى السابعة العملية شكل ٧)

إذا علم من ثلاث رؤيتان من ثلاث وكان المطلوب إيجاد الراوية الثالثة فذلك
أن يحرص أ إحدى الرؤيتين الأولى رسم الراية الأخرى برسم
المستقيم عبر الحدود هـ د ثم يساقى النقطة هـ د راوية د هـ
= أ و راوية ح هـ د = هـ د فالراوية الساقية ح هـ د تكون الراوية
الثالثة المطلوبة لأن مجموع هذه الرايات الثلاث مساوي، فإثباتي

(الدعوى الثامنة العملية شكل ٧٧)

إذا علم من مثلث ضلعان والراوية المختصرة بينهما وكان المطلوب رسم الثالث
فطريقة ذلك أن يحرص ب أحد الضلعين المعلومين و ج الضلع الآخر
و أ الراوية المختصرة بينهما ويبرسم المستقيم عبر الحدود هـ د ثم تشاك

عود على وسط الوتر المشدك $أ ب$ وقد تقرر في المقالة الأولى أنه إذا كان
 أحدهما مستقيماً عموداً على الآخر كان الآخر عموداً عليه
 (الدعوى الرابعة العملية شكل ٧٣).

إذا علمت النقطة على مستقيم معلوم وكان المطلوب منه مستقيم بها يصنع مع
 المستقيم المعلوم زاوية تساوي زاوية معلومة فطريقة ذلك أن تفرص
 النقطة المعلومة $أ$ والمستمع المعلوم $أ ب$ والزاوية المعلومة $ك$ فيرسم
 في رأس الزاوية $ك$ وتؤخذ قطعة باليد ثائرة قدر ما يراد ويرسم قوس
 مثل $د ه$ ينتهي بصاحي الزاوية ثم يركزي النقطة $أ$ ويرسم قوس
 غير محدود مثل $د ه$ ثم تؤخذ قطعة باليد كارتية قدر الوتر $د ه$ ويركز
 في النقطة $د$ ويرسم قوس يتقاطع القوس غير المحدود $د ه$ في نقطة مثل
 $و$ ثم يوصل $أ و$ فيكون الزاوية الحادثة $د أ و$ مساوية للزاوية
 المعلومة $ك$.

والدليل على صحة هذه العملية أن نصف القطر $أ ب = ك د$ والوتر
 $د ه = د ه$ فيعلم أن يكون القوس $د ه$ مساوياً للقوس $د ه$
 ويلزم من هذا أن تكون الزاوية $د أ و = ك د ه$.

(الدعوى الخامسة العملية شكل ٧٤).

إذا كان المطلوب منيف قوس معلوم أو زاوية معلومة فطريقة تعيين
 القوس المعلوم كانتوس $أ ب$ أن يوصل الوتر $أ ب$ ثم تؤخذ قطعة باليد كارتية
 أكثر من نصف الوتر $أ ب$ ويركزي النقطة $أ$ ويرسم قوساً أحدهما
 فوق الوتر والآخر تحته ثم يركزي النقطة $ب$ ويرسم قوساً كذلك ثم يوصل
 المستقيمين بين نقطتي تقاطع التوسيب اللذين فوق الوتر ونقطة تقاطع القوسين
 اللذين تحته وهذا المستقيم يكون عموداً على وسط الوتر $أ ب$ ومنصفاً
 للوتر $أ ب$.

وطريقة تعيين الزاوية المعلومة كالزاوية $أ ح د$ أن يركزي النقطة $د$
 وتؤخذ قطعة باليد كارتية قدر ما يراد ويرسم قوس مثل $أ ه$ ينتهي بصاحي

القطعة و راوية هـ دق تساوى الراوية المعلومة ا ثم يتردد
 د هـ = ر د = ح ثم يوصل ح ح فيكون د ح هـ
 المثلث المطلوب

(الدعوى التاسعة العملية شكل ٧٨)

اذا علم من مثلث ضلع وراويتان وكان المطلوب رسم المثلث فطريقة ذلك
 ان يمال ان الراويتين المعلومتين اما ان تكونا محاورتين للصلع المعلوم
 او احدهما محاورته والاخرى مقابلة له وفي هـ د الحالة الاولى يبحث
 في الراوية الثالثة من المثلث بالطريقة المقدمة في العملية السابعة و يصير
 كلا الرايتين المحاورتين للصلع د لو ما في المثلث رسم مستقيم غير عا ود
 ويؤخذ منه الجزء هـ هـ قدر الصلع المعلوم ثم يدخل في القطعة د راوية
 د دق تساوى اعاى الراويتين المحاورتين للصلع المعلوم وتعمل في
 العملية هـ راوية هـ هـ ق تساوى المحاوره الاخرى في تقاطع الخطان
 د د هـ و د هـ في نقطه مثل ح وحينئذ يكون هـ ح هـ هو المثلث
 المطلوب

(الدعوى العاشرة العملية شكل ٧٩)

اذا علم من مثلث اضلاعه الثلاث و كان المطلوب رسم المثلث فطريقة ذلك ان
 يفرض ا امد الاضلاع الثلاث و د الصلع الاخرى د الصلع
 الثالث في رسم مستقيم غير شذوذ و يؤخذ منه د هـ تساوى الصلع ا
 ثم يؤخذ منه ا ب بكار بقدر الضلع الثاني د ويركز في القطعة هـ ويرسم
 من دائرة ثم تؤخذ منه ا ب بكار بقدر الصلع الثالث د ويركز في القطعة
 د ويرسم هـ هـ دائرة تقطع القوس الاول في نقطة مثل ق ثم يوصل د ق
 د هـ فيكون هـ هـ هو المثلث المطلوب

(نسخه)

د شرط في امكان حل هذه المسئلة ان يكون مجموع كل ضلعين اكبر من
 الثالث و ناهما اصغر منه

*(الدعوى

والدليل على صحة هذا القول هو ما وجدناه في بعض النسخ من قوله تعالى: "وَالَّذِينَ آمَنُوا وَعَمِلُوا الصَّالِحَاتِ لَهُمْ أَجْرٌ غَيْرُ الْمَمْنُونِ" (سورة النور: 40) فلو كان الممنون هو المؤمن لكانت الآية تدل على أن المؤمن لا يعمل الصالحات، وهذا غير صحيح.

اعلم ان المماس الى يساوي، المماس الى الزاوية - او يساوي
الزاوية، لان المثلث القائم الزاوية يساوي المثلث
القائم الزاوية والزاوية او من المثلث الضلع - او يساوي
المثلث

مذبح من هذه العبادة طريق المزمع : آله من سبيل ربه ربه ربه

اداءه مثلث، كما ان احدى اركان الدائرة رسم دائرية
طريقة ذلك ان نضع دائرة واحدة، والـ ١٠٠٠٠٠٠
المنقسمين من فلهنطة والى على السطح
الطائرة فادار من المقلة واما المسمدة به ووه وون على
اصلاص المثلث هذه الاصلدة تكون تساوية كما في المعادلة الاولى وحده
المخطط الذى من كره المقطع ووضعت قطرها الممود ووه يكون مما
لاصلاص المثلث الماحوم

الاول حيث ان بعد القطع ر عن الصليح - و كعد شعاع الصليح
 اء تكون على المستقيم المصنف للراوية اء -

الدالة السارية

ورسم قوسا مركزا عند النقطة د، نصف قطره $ق ع = د د$
وهي نواحي النقطة هـ ونصف قطره $هـ ع = د د$ ويوصل ق ع
و هـ ع فيكون هـ ع هو التوازي الاصلاحي المطلوب
والدليل على صحة هذه العملية ان الاصلاحي المتقابل مد-اوي-يا مل وقتا تقرر
والمتقابلة الاولى ان الشكل الرباعي اذا تيسر ان يصلاحيه المتقابلة كان
موازي الاصلاحي ر د، المعطى ان هذا الشكل قد اشتمل على - اليم المسئلة
بشرطها

(نصفه)

انما كانت الزاوية المماسية قائمة وكان الصليان احد طرفيها - ر د ادير
كان الشكل الحادث مستطيلا وان كانا متساويين كان مربعا
- (الدعوى الثالثة عشر العملية شكل ٨٤)

اذا كان المطلوب - د يين من قوس دائرة او قوس معلوم فارتبة دالان وحدهم
التيها اوص الثمن ثلاث نقطة - ا و س و ع ويوصل ا - ر
ر - د بالمثل او بالمدى ثم يام عمود د هـ على وسط ا - ع وعمود د ع
على وسط س - ر فالنقطة هـ التي هي ملتقى العمودين ذكرها في المذكر
المطلوب

(نصفه)

انما الطريقة - د يين لرسم محيط دائرة يمر بالنقط الثلاث ا و س و ع
المعطى وقد تشمل ايضا رسم محيط دائرة يمر بكون المماسات المعطى اسه
داخله

هو الدعوى الرابعة عشر العملية شكل ٨٥

انما كان المطلوب رسم مستقيم يمس محيط دائرة معلومة ويمر بنقطة معينة
طريقة ذلك ان يمس اذا كانت النقطة المعلومة ا على المحيط فيوصل نصف
القطر ح ا ويقام العمود ا هـ على ح ا ويكون ا هـ هو المماس
المطلوب

في القطعة أ م ب مساوية للزاوية المعلومة

(تدبره)

علومة قائمة كانت القطعة المطلوبة نصف دائرة قطرها

يد المتوكل على ربه المعبد الممدى على عزنا ونزلى

الرياضية والطبيعية بمدرسة الهندسة بدار

ويعلم من ذلك ان الخطوط المستقيمة المنصقة لروايات مثل تقاطع في نقطة واحدة

الباقي اذا مد الخطان المصفاان لراويتين خارجيتين من مثلث كالأويتين
 $m - c$ و $c - d$ فمقطة تقاطعهما و تكون مركز الدائرة مماسة
 للصلع $c - d$ ولا تمد ادى الصلعي الآخر من المثلث وادامد الخطان
 المصفاان للراويتين لـ $a - b$ و $a - c$ فمقطة تقاطعهما و تكون
 مركز الدائرة مماسة للصلع $a - b$ ولا تمد ادى الصلعي الآخر
 من المثلث

ولو مد الخطان المصفاان للراويتين ع $a - d$ و ا $d - c$ كانت نقطة
 تقاطعهما و مركز الدائرة مماسة للصلع $a - d$ ولا تمد ادى الصلعي
 الآخر من المثلث

حيث يمكن ان يرسم اربع دوائر تس ثلاثه خطوط مستقيمة معلومة

(الدعوى السادسة عشر العملية شكل ٨٨ و ٨٩)

اذا علم مستقيم مثل $a - b$ و زاوية مثل c وكان المطلوب ان يرسم
 على المستقيم $a - b$ قطعة دائرة ككل زاوية سرسومة فيها مساوية
 للزاوية المعروفة c فطريقة ذلك ان يمد المستقيم $a - b$ جهة d ثم تنشأ
 في النقطة b زاوية $d - b - c = c$ ويقام $c - d$ و عمودا على
 $c - d$ و $c - b$ و عمودا على وسط $a - b$ ثم تؤخذ نقطة بالسكران قدر و
 مركز في النقطة و التي هي ملتقى العمودين وترسم دائرة فتكون القطعة
 $a - b$ هي المطلوبة

والدليل على صحة هذه العملية ان الخط $c - d$ مماس لكونه عمودا على
 نهاية نصف القطر $c - d$ ويلزم من هذا ان يكون نصف القوس $a - c - b$
 معيارا للزاوية $a - b$ و للزاوية المحيطية $a - b - c$ فاذن تكون الزاوية
 $a - b = a - c = c - d$ ويلزم من هذا ان تكون

* (دروس في المقالة الثالثة) *

المقالة الثالثة يبحث فيها عن مساحة الاشكال المستقيمة الاضلاع وعن

خواص الاشكال المتشابهة

* (الحدود) *

(حد ١) مساحة الشيء تعبر بما فيه من امثال الوحدة الخطية او ابعاصها ان كان الشيء خطا و امثال هي بعدها كذلك ان كان سطحيا و امثال مكعبها كذلك ان كان حتما

(حد ٢) الشكلان المتكافئان شكلان متساويان في المساحة سواء كانا متشابهين او غير متشابهين فالدائرة مثلا يمكن ان تكافى مربعها كما ان المثلث يمكن ان يكافى مستطيلا او مربعها او دائرة او شكلا مجسما او مستدسا او محدودا

ولا يكون الشكلان متساويين الا اذا امكن انطوائهما على الآخر انطوا فاكليا كالداورتين المرسومتين بعدين متساويين وكالمثلثين ذوي الاضلاع المتساوية المتساوية

(حد ٣) ارتفاع متواري الاضلاع هو كما في (الشكل ٩٣) العمود مثل هو المحصور بين الصليحين متقابلين مثل $ا ب$ و $ح د$ المحوذين قاعدتيه (حد ٤) ارتفاع المثلث هو كما في (الشكل ٩٤) العمود مثل $ا ب$ السارل من رأس زاوية من زواياه مثل $ا$ على الصليح المقابل لها مثل $ح د$ الماحوز قاعدة له

(حد ٥) ارتفاع شبه المخرف هو كما في (الشكل ٩٥) العمود مثل هو المحصور بين الصليحين المتواريين مثل $ا ب$ و $ح د$ الماحوذين قاعدتيه

* (الدعوى الاولى بالطريقة شكل ٩٩ و ١٠٠) *

نسبة المستطيلين المتحدى الارتفاع الى بعضهما كنسبة قاعدتيهما فالمستطيلان مثل $ا ب ح د$ و $ا ه ح د$ المتحدان في الارتفاع $ا د$ نسبة

مثل $ك$ على $أ ب$ يحدث مستطيل $أ ك$ فيلزم ان تكون
نسبة المستطيل $أ ح د$. المستطيل $أ ك$: $أ ب$ =
لان بين القاعدتين $أ ب$ و $أ ك$ متساوياً مشتركاً
وحيث ان المقدمات المساورة متساوية في هاتين التأسيسين يتركب من
التوالي متناسمة هي

أ هـ و . $أ ك$: $أ ب$: $أ و$: $أ ك$

وحيث ان الحد الاول من هذه المتناسبة اصغر من الحد الثاني يلزم ان يكون
الحد الثالث اصغر من الحد الرابع والواقع هـ ا عكسه فلا يكون هذه المتناسبة
صحيحة وحيث انها ناتجة من متساويتين يكون العلط في احدهما او فيهما
معاً وحيث ان المتناسبة الثانية

أ ح د . $أ ك$: $أ ب$: $أ ك$: $أ و$ صحيحة بالبرهان السابق

يكون العلط حاصل في المتناسبة الاولى

أ ح د : أ هـ و . $أ ب$: $أ و$ حيث الحد الرابع لا يمكن

ان يكون اكبر من القاعدة أ هـ

ومثل هذا يبرهن على ان الحد الرابع لا يمكن ان يكون اصغر من القاعدة أ هـ
حيث لا تكون نسبة المستطيلين المحدثي الارهاع الى بعضهما مكملة
قاعدتهما وهو المطلوب اثباته

(الدعوى الثانية النظرية شكل ١٠١)

نسبة اي مستطيلين الى بعضهما مكملة حاصل ضرب قاعدة الاول
في ارتفاعه الى حاصل ضرب قاعدة الثاني في ارتفاعه
فادار مر بالحرف $س$ مستطيل قاعدته $ق$ وارتفاعه $ع$ وبالحرف
 $ص$ مستطيل آخر قاعدته $ق$ وارتفاعه $ع$ يكون $س$: $ص$

: $ق \times ع$: $ق \times ع$

(برهانه) ان يتصور مستطيل ثالث مثل $م$ قاعدته تساوى قاعدة

أحدهما الآخر القاعدة أ - القاعدة أه
(رهابها) ان يمرض اولاً بين القاعدتين أ - و أه مقياساً مشتركاً
مثل م بحيث تكون

$$\text{القاعدة أ} = \text{م} \text{ مثلاً}$$

$$\text{والقاعدة أه} = \text{م} \text{ ٤}$$

ويكون أ - : أه : م ٧ : م ٤ : م ويجعل م = ١ يكون
أ - أه : ٧ : ٤

فإذا قسمنا القاعدة أ - الى سبعة اجزاء متساوية كانت القاعدة أه
محتوية على اربعة اجزاء منها وإذا القياس كل نقطة من نقط التقاسيم عوداً على
أ - انقسم المستطيل أ - ح د الى سبعة مستطيلات متساوية لان
قواعدها متساوية وارتفاعاتها كذلك

ومن حيث ان المستطيل أه ح د يحتوي على اربعة مستطيلات منها تكون

$$\text{سبعة المستطيل أ - ح د : المستطيل أه ح د : ٧ : ٤}$$

فيصح من مقارنة هذه المتساوية بالمتساوية السابقة التي هي القاعدة أ -

$$\text{القاعدة أه} : ٧ : ٤ \text{ ان}$$

$$\text{سبعة المستطيل أ - ح د : المستطيل أه ح د : القاعدة أ -}$$

القاعدة أه وهو المطلوب

وثانياً انه اذا لم يكن بين القاعدتين أ - و أه مقياس مشترك يكون

$$\text{سبعة المستطيل أ - ح د : المستطيل أه ح د : القاعدة أ -}$$

المساعدة أه

لانه لو لم تكن هذه المتساوية صحيحة لكان الحد الرابع اما اكبر من القاعدة

أه او اصغر منها

فلو فرضناه اكبر من أه بان سعلناه مثل أ و لكان أ - ح د

$$\text{أه ح د : أ - ح د : ولو قسمنا القاعدة أ - الى اقسام}$$

متساوية بشرط ان يكون القسم الواحد اصغر من البعد ه و لوقعت

بالاقل نقطة من نقط التقاسيم مثل ه بين ه و و اذا القياسها عوداً

اربع مرات

والعادة ان تقاس السطوح مربع الوحدة الخطية اى بالمربع الذى صلبه
يساوى وحدة الطول

فاذا جعل المتر وحدة للطول يكون المتر المربع وحدة للسطوح واداك كان
الذراع وحدة للطول يكون الذراع المربع وحدة للسطوح وهكذا وحيث
ان مربع الواحد واحد ينتج من ذلك ان نسبة اى مستطيل الى مربع الوحدة
الخطية كنسبة حاصل ضرب قاعدة المستطيل المدكور في ارتفاعه الى حاصل
ضرب قاعدة المربع في ارتفاعه وحيث ان قاعدة مربع الوحدة الخطية
تساوى الوحدة الخطية وارتفاعه كذلك تكون المتناسبة هكذا

$$\frac{\text{المستطيل}}{\text{المربع}} = \frac{\text{حاصل ضرب القاعدة في الارتفاع}}{1 \times 1}$$

اعني ان مساحة المستطيل تساوى حاصل ضرب قاعدة في ارتفاعه فيجئنا
المستطيل الذى قاعدته 3.03 وارتفاعه 2.20 = 6.666
مساحته $6.666 = 3.03 \times 2.20 = 6.666$ ديسيمتر مربع او 6.666 متر مربع

* (الدعوى الثالثة النظرية شكل ١٠١ ثانياً) *

مساحة المثلث القائم الراوية تساوى نصف حاصل ضرب احد الصليبين
المحيطين راوية القائمة في الآخر

فالمثلث ABC القائم الراوية في B مساحته تساوى نصف حاصل
ضرب AB في BC اى $\frac{AB \times BC}{2}$

لان اذا تمس المستطيل الذى قاعدته BC وارتفاعه AB شاهدان
هذا المستطيل نصف المثلث ABC وحيث ان مساحة المستطيل تساوى
حاصل ضرب قاعدته في ارتفاعه ينبع ان مساحة المثلث ABC تساوى
نصف حاصل ضرب قاعدته في ارتفاعه وهو المطلوب اثباته

المستطيل الاول وارتفاعه يساوى ارتفاع المستطيل الثانى فيكون

$$س هـ . م . ن . ع . ح و$$

م . ص هـ . ن . ق فاداضربا حدود المتاسسة الاولى فى حدود المتاسسة الثانية بالترتيب يحدث

$$س هـ \times م \times م \times ص هـ :: ع \times ق :: ع \times ق و تقسمه حدى المتاسسة الاولى على م ينتج$$

$$ب هـ . ص هـ :: ع \times ق ع \times ق وهو المطلوب اثباته$$

* (فى مساحة المستطيل) *

مساحة المستطيل هى نسبته الى مستطيل آخر ما حود وحدة وحيث ثبت فى البطونية المتقدمة ان نسبة اى مستطيلين الى بعضهما كنسبة حاصل ضرب قاعدة الاول فى ارتفاعه الى حاصل ضرب قاعدة الثانى فى ارتفاعه ينتج انه اذا جعل احدهما مستطيلين وحدة للقياس علمت مساحة المستطيل الآخر تقسمه حاصل ضرب قاعدته فى ارتفاعه على حاصل ضرب قاعدة وحدة القياس فى ارتفاعه

* (مثال ذلالت) *

$$\text{اذا كان المستطيل س هـ قاعدته } ق = ٦ \text{ وارتفاعه } ح = ٢ \\ \text{هناكون مساحته بالنسبة للمستطيل م هـ الذى قاعدته } ق = ٣ \\ \text{وارتفاعه } ح = ٤$$

فالجواب ان يقال ان نسبة مساحة الاول س هـ الى الثانى م هـ كنسبة حاصل ضرب قاعدته فى ارتفاعه اى ٦×٤ الى حاصل ضرب قاعدة الثانى فى ارتفاعه اى ٣×٢ أو $\frac{٦ \times ٤}{٣ \times ٢} = \frac{٢٤}{٦} = ٤$ اعنى ان المستطيل س هـ يحتوى على المستطيل م هـ المجهول وحدة

اربع

وإذا كانت ع = ح يكون م : م : ن : ن : ق

(سببه) إذا وقع ارتفاع المثلث خارجاً على الشكل فتحرى فيه الطريقة المتقدمة بطرح مساحة المثلث أ د ح من مساحة المثلث أ د ح هكذا

$$\frac{أ د \times ح}{٢} = أ د ح$$

$$\frac{أ د \times د}{٢} = أ د ح$$

$$\frac{أ د \times د}{٢} - \frac{أ د \times ح}{٢} = أ د ح - أ د ح$$

$$\frac{أ د \times د}{٢} = \frac{أ د (د - ح)}{٢} = أ د ح$$

(الدعوى الخامسة الطريقة شكل ٩٧)

مساحة أى شكل متوازى الاضلاع تساوى حاصل ضرب قاعدته فى ارتفاعه

فالشكل أ د ح د الموازى الاضلاع مساحته تساوى حاصل ضرب قاعدته أ د فى ارتفاعه د ح أى أ د ح د = أ د × د ح

(برهانها) ان يوصل القطر د ح فيقسم المتوازى الاضلاع الى مثلين متساويين كما تقدم اثباته فى المقالة الاولى فمساحة المثلث أ د ح = $\frac{أ د \times د ح}{٢}$ ومساحة المثلث د ح د = $\frac{د ح \times د ح}{٢}$ و $أ د ح د = د ح د$ فمساحة المثلث د ح د = $\frac{أ د \times د ح}{٢}$

ومساحة متوازى الاضلاع أ د ح د تساوى مساحة المثلث أ د ح د زائدة مساحة المثلث د ح د فتكون مساحة متوازى الاضلاع

$$أ د ح د = \frac{أ د \times د ح}{٢} + \frac{د ح \times د ح}{٢} = \frac{أ د \times د ح + د ح \times د ح}{٢}$$

$$أ د ح د = \frac{أ د (د ح + د ح)}{٢} = \frac{أ د \times ٢ د ح}{٢} = أ د ح د$$

$$أ د ح د = \frac{أ د \times د ح \times ٢}{٢} = أ د ح د$$

المطلوب

(وبين من هذه الطريقة نتائج)

* (الدعوى الرابعة السطرية شكل ١٠٢ ثانياً) *

مساحة اى مثلث تساوى نصف حاصل ضرب قاعدته فى ارتفاعه
مساحة المثلث ا د ح مثلاً تساوى نصف حاصل ضرب قاعدته د ح
فى ارتفاعه ا د اى تساوى $\frac{د ح \times ا د}{٢}$ لان مساحة المثلث ا د ح
القائم الزاوية فى د تساوى $\frac{د ح \times ا د}{٢}$ ومساحة المثلث ا د ح القائم
الزاوية فى د تساوى $\frac{د ح \times ا د}{٢}$ ومساحة المثلث الكلى ا د ح تساوى
مجموع مساحتي المثلثين ا د ح و ا د ح فتكون مساحة المثلث ا د ح
 $= \frac{د ح \times ا د}{٢} + \frac{د ح \times ا د}{٢} = \frac{د ح \times (د + د)}{٢}$ أو $= \frac{د ح \times د + د ح \times د}{٢}$
 $= \frac{د ح \times (د + د)}{٢}$ وهو المطلوب اثباته

* (وبين من هذه النظرية نتائج) *

الاولى ان نسبة المثلثات المتحدة القاعدة الى بعضها كنسبة ارتفاعاتها الى
بعضها

الثانية ان نسبة المثلثات المتحدة الارتفاع الى بعضها كنسبة قواعدها
الى بعضها

الثالثة ان نسبة اى مثلثين الى بعضهما كنسبة حاصل ضرب قاعدة الاول
فى ارتفاعه الى حاصل ضرب قاعدة الثانى فى ارتفاعه

الرابعة ان المثلثات ذات القاعدة المشتركة التى رؤسها على مستقيم مواز
للقاعدتين المدكورة متكافئة ولا يصح ذلك يرمز بالحرف م لمثلث قاعدته

د وارتفاعه ع وبالحرف م لمثلث آخر قاعدته د وارتفاعه ع

ع فيكون م $= \frac{د \times ع}{٢}$ م $= \frac{د \times ع}{٢}$ أو $\frac{د \times ع}{٢} = \frac{د \times ع}{٢}$ ونسبة احداهما
على الآخر يحدث

$\frac{د \times ع}{٢} = \frac{د \times ع}{٢}$ أو $د \times ع = د \times ع$: د \times ع فاذا

كان د $=$ د يكون م : م : د : د ع : ع

واذا

نساوى حاصل ضرب ارتفاعه في نصف مجموع قاعدتيه المتواريثتين او نساوى
حاصل ضرب نصف ارتفاعه في مجموع قاعدتيه المتواريثتين

(تنبیه ٢)

يمكن اخذ مساحة شبه المنحرف بضرب ارتفاعه في قاعدتيه المتوسطة بين
قاعدتيه المتواريثتين لان هذه القاعدة المتوسطة نساوى نصف مجموع
قاعدتيه المتواريثتين كما صرح به في المقالة الاولى

(الدعوى السابعة النظرية شكل ١٠٦)

اذا قسم مستقيم مثل AD الى قسمين مختلفين مثل AB و BD فالمرجع
المشاعلى المستقيم الكامل AD يحتوى على المربع المشاعلى الجزء AB
وعلى المربع المشاعلى الجزء BD وعلى صعب المستطيل المكون
من الجزئين AB و BD اعنى ان $AD^2 = AB^2 + BD^2 + 2AB \cdot BD$

$$AD^2 = AB^2 + BD^2 + 2AB \cdot BD$$

(برهانها) ان يرسم المربع $ADDE$ ويؤخذ $AB = AC$ ويمتد DC
موازيا للمستقيم AD ثم $ط$ موازيا للمستقيم AD فيقسم المربع
 $ADDE$ الى اربعة اجزاء (الاول) AD^2 وهو المربع المشاعلى AD
لما اخذنا $AD = AC$ (والثاني) BD^2 وهو المربع المشاعلى
على BD لان $AD = AC$ و $AB = AC$ او فيكون $AD = AC$
 $= AC$ او اى ان $BD = AC$ هو وبسبب التواريث يكون
 $BD = AC$ و $BD = AC$ هو فيكون $ط$ $ع$ مساويا للمربع
المشاعلى BD فاد اطر حاهدين المربعين AD و BD الكلى يبقى المستطيلان
 $BD \cdot AC$ و $BD \cdot ط$ ومساحة كل واحد منهما نساوى $AB \cdot BD$
وبهذا ثبت المطلوب

(تنبیه ٣)

الاولى ان نسمي الاشكال المتوازية الاضلاع المتحدة القاعدة الى بعضها كنسمة ارتفاعاتها الى بعضها

الثانية ان نسمي الاشكال المتوازية الاضلاع المتحدة الارتفاع الى بعضها كنسمة قواعدها الى بعضها

الثالثة ان نسمي اى شكلين متوازيي الاضلاع الى بعضهما كنسمة حاصل ضرب قاعدة الاول في ارتفاعه الى حاصل ضرب قاعدته الثانى في ارتفاعه

الارادة انه اذا اتحدت القاعدة والارتفاع في مستطيل ومتوازي الاضلاع كان المستطيل مكافئاً لمتوازي الاضلاع

* (الدعوى السادسة الطرية شكل ٩٥) *

مساحة شبه المخرج تساوى نصف حاصل ضرب ارتفاعه في مجموع قاعدتيه المتوازيتين

فشكل ا د حى الشبيه بالمخرج مساحته تساوى نصف حاصل ضرب ارتفاعه ح د فى مجموع قاعدتيه المتوازيتين ا د و حى اى تكون مساحته
$$\frac{(ا د + ح د) \times ح د}{٢}$$

(برهانه) ان يوصل القطر ا د فيقسم الشكل الى مثلثين ا د حى و ا د حى ومساحة المثلث ا د حى
$$\frac{ا د \times ح د}{٢}$$
 ومساحة المثلث ا د حى
$$\frac{ا د \times ح د}{٢}$$

ومساحة شبه المخرج ا د حى تساوى مساحة المثلث ا د حى رائدة مساحة المثلث ا د حى فتكون مساحة ا د حى
$$\frac{ا د \times ح د}{٢}$$

+
$$\frac{ا د \times ح د}{٢} = ا د \times ح د$$
 وحيث ان ا د = ح د تكون مساحة ا د حى
$$\frac{(ا د + ح د) \times ح د}{٢}$$
 وهو المطلوب اثباته

* (تبييه ١) *

معيث تبين ان مساحة شبه المخرج ا د حى
$$\frac{(ا د + ح د) \times ح د}{٢}$$

أو
$$\frac{(ا د + ح د) \times ح د}{٢}$$

أو
$$\frac{ا د \times ح د}{٢} \times (ا د + ح د)$$
 يعلم من ذلك ان مساحة شبه المخرج

تساوى

فالقاعدة اك من المستطيل هي حاصل جمع الخطين ا - و - هـ
 وارتفاعه اه هو فاصل الخطين المذكورين حيث المستطيل اكله

$$= (ا - + هـ) \times (ا - - هـ)$$
 لكن هذا المستطيل مركب
 من جزئين ا - ح هـ + ح ل هـ والجزء ح ل هـ يساوى
 المستطيل هـ د ع ف لان ا - ح هـ = د هـ و ح ل هـ = د هـ
 فيكون اكله = ا - ح هـ + هـ د ع ف وحيث ان هـ د ع ف
 مكافئ للمربع ا - ع ف ناقصا المربع د ع ع الذى هو المربع
 المنشأ على ح هـ يكون

$$(ا - + هـ) \times (ا - - هـ) = ا - - هـ$$

(تنبيه)

هذه القضية تكتب بالقانون الجبرى هكذا

$$(ا - + هـ) \times (ا - - هـ) = ا - - هـ$$

*(الدعوى العاشرة المطرية * شكل ١٠٩)*

المربع المرسوم على وتر الراوية القائمة من المثلث القائم الراوية يساوى مجموع
 المربعين المنشأين على الصليحين الآخرين فليكن ا - ح هـ مثلثا قائم الراوية
 فى ا فترسم مربعات على الاضلاع الثلاثة ثم يزل من الراوية القائمة على
 الوتر عمود ا د يمد الى هـ ويوصل القطران ا ر و ر ع فحيث
 ان الراوية ا ح ر مركبة من الراوية ا ح - ومن الراوية القائمة ح ر
 وان الراوية ح ر ع مركبة من الراوية ا ح - المذكورة ومن الراوية
 القائمة ا ح ع تكون الراوية ا ح ر = ح ر ع ولكن ا ح = ح ر
 من المربع و ح ر = ح ر كذلك يكون المثلث ا ح ر مساويا للمثلث
 ح ر ع لتساوى الراوية المحصورة بين الاضلاع المتساوية بالتناظر واعلم
 ان المثلث ا ح ر نصف المستطيل ح د هـ المتحد معه فى القاعدة ح د

هذه القضية تبين بالقانون الجبري هكذا

$$(د + ز) = ك + ح + ٢١$$

* (الدعوى الثامنة المطرية شكل ١٠٧) *

اي مستقيم مثل ا د كان فاضل مستقيمين مثل ا ب و د يكون
المربع المشاعليه مساويا للمربع المشاعلي ا د هـ ا ب زائد المربع
المشاعلي الاخر د هـ ناقصا ضعف مستطيل الخطيين ا ب و د اعني ان

$$ا د^2 = (ا ب - د هـ) + ا ب^2 - د هـ^2 = ا ب^2 - د هـ^2 + ا ب د هـ$$

(برهانها) ان يرسم المربع ا ب د هـ ثم يؤخذ ا هـ = ا د ويمد
د ح موازيا للمستقيم د هـ و ح ك موازيا ا ب ويكمل المربع
هـ ب ك مساحة كل من المستطيلين د هـ ع و ع ك د
يساوي ا ب د هـ فاذا طرحا هـ ب ك من الشكل العكبي
ا ب د هـ الذي مقداره يساوي ا ب^2 + د هـ^2 يبقى المربع
ا د هـ وهذا يثبت المطلوب

* (تنبه) *

هذه القضية تبين بالقانون الجبري هكذا

$$(د - ز) = ك + ح - ٢١$$

* (الدعوى التاسعة المطرية شكل ١٠٨) *

المستطيل المشاعلي مجموع خطيين مثل ا ب و د وعلى فاضلهما
يساوي فاصل مربعي هـ د الخطين اعني ان (ا ب + د هـ) × (ا ب - د هـ)

$$= ا ب^2 - د هـ^2$$

(برهانها) ان يرسم مربعان ا ب د هـ و ا د هـ ع على ا ب و ا د
ثم يمد ا ب بكمية د هـ ويكمل المستطيل ا ب د هـ

فالقاعدة

مربع الوتر أربع احدى الصلعين المحيطين بالزاوية القائمة كنسبة الوتر للسهم
المجاور لهذا الصلع والسهم ما حرم من الوتر محدود بالعمود الدارل من
الزاوية القائمة فالجزء $س د$ هو السهم المجاور للصلع $ا ب$ والجزء $د ح$
هو السهم المجاور للصلع $ا ج$

ويوجد ايضا كما تقدم $س د : ا د :: د ح : د د$
الرابعة حيث ان المستطيلين $س د د و$ و $د و د ح$ ارتفاعا واحدا
تكون نسبة احدىهما الى الاخر كنسبة بين $س د$ و $د د$ ومن حيث ان
المستطيلين مكافئان للربيعين $ا ب$ و $ا د$ يكون
 $ا ب : ا د :: د د : د د$

يعني ان نسبة احدى مربعي صليحي الزاوية القائمة الى الاخر كنسبة بين
الوتر المجاورين لهما

(تعريف * شكل ١٠٩ الثاني)*

مسط مستقيم مثل $ا ب$ على ا ح مثل $د د$ هو الجزء $ا ب$ المحصور
بين موقعي العمودين الدارين من المقطعين $ا$ و $ب$ على المستقيم $د د$
(الدعوى الحادية عشر لطرية * شكل ١١٠)*

مربع الصلع المقابل للزاوية الحادة من اي مثلث يساوي مجموع مربعي الصلعين
الآخرين ناقصا ضعف المستطيل المكون من احدى هذين الصلعين ومن مسقط
الآخر على الاول

فإذا كانت الزاوية $د$ حادة في المثلث $ا ب د$ واربعاء $د ا$ على
مجاورها $د د$ يكون

$$ا ب^2 = ا د^2 + د د^2 - ٢ د د \times د د$$

(برهانها) ان يقال لا يخلو اما ان يقع العمود داخل المثلث او خارجه فاذا
وقع العمود $د د$ داخل المثلث $ا ب د$ كان $س د = د د = د د$

وفي الارتفاع $د$ وان المثلث $د$ نصف المربع $ا$ لان الراوية
 $ا$ قائمة كالراوية $د$ $ا$ $ك$ والمستقيمين $ا$ $د$ و $ا$ $ك$ لا يكونان
 الا حتما مستقيما موازيا للمستقيم $د$ $ك$ حينئذ يكون الارتفاع $ا$ $د$
 مشتركا بين المثلث $د$ $ك$ والمربع $ا$ $ك$ $د$ المحدثين في القاعدة $د$ $ك$
 فيكون المثلث نصف المربع وقد تبين ان المثلث $ا$ $د$ $ك$ مساويا للمثلث $د$ $ك$
 فيكون المستطيل $د$ $ك$ $هـ$ $ر$ الذي هو ضعف المثلث $ا$ $د$ $ك$ مكافئا للمربع
 $ا$ $ك$ $د$ الذي هو ضعف المثلث $د$ $ك$ $هـ$ $ر$ وعلى هذا يبرهن على ان المستطيل
 $د$ $ك$ $هـ$ $ر$ مكافئ للمربع $ا$ $ك$ $د$ وحيث ان المستطيلين $د$ $ك$ $هـ$ $ر$ و $د$ $ك$ $هـ$ $ر$
 مكافئان للمربع $د$ $ك$ $هـ$ $ر$ يكون المربع $د$ $ك$ $هـ$ $ر$ المشأ على الوتر
 مساويا لمجموع المربعين $ا$ $ك$ $د$ $ك$ $هـ$ $ر$ $ا$ $ك$ $د$ $ك$ $هـ$ $ر$ المشأين على الصلعين
 الاخيرين أي ان $\overline{دك}^2 = \overline{ا}^2 + \overline{د}^2$

* (نتائج)

الاولى مربع احد ضلعي الراوية القائمة يساوي مربع الوتر ناقصا مربع

$$\overline{ا}^2 - \overline{د}^2 = \overline{ا}^2$$

الثانية اذا كان $ا$ $د$ $ك$ $هـ$ $ر$ مرعا قطره $ا$ $د$ يكون المثلث $ا$ $د$ $ك$

$$\overline{ا}^2 = \overline{د}^2 + \overline{ا}^2 = \overline{ا}^2$$

اعني ان المربع المشأ على القطر $ا$ $د$ ضعف المربع المشأ على الصلع $ا$ $د$

$$\text{وحيث ان } \overline{ا}^2 : \overline{ا}^2 = ٢ : ١ \text{ يكون } ا : د :: ٢ : ١$$

اعني انه لانسبة قياسية بين قطر المربع وصلعه انظر (شكل ١١٨)

الثالثة حيث تبين ان المربع $ا$ $ك$ $د$ $ك$ $هـ$ $ر$ المستطيل $د$ $ك$ $هـ$ $ر$ والارتفاع

$د$ $ك$ $هـ$ $ر$ مشترك بين المربع $د$ $ك$ $هـ$ $ر$ والمستطيل $د$ $ك$ $هـ$ $ر$ تكون نسبة

المربع $د$ $ك$ $هـ$ $ر$ للمستطيل $د$ $ك$ $هـ$ $ر$ كنسبة القاعدة $د$ $ك$ للقاعدة

$$د \text{ اعني يكون } \overline{د}^2 : \overline{ا}^2 :: د : د \text{ اعني ان نسبة}$$

مربع

١- واخضربا كما في الطريقة السابقة حدث

$$\overline{أ} = \overline{أد} + \overline{أه} + \overline{أز} \times \overline{أه}$$

* (الذرى الثالثة عشر الطريقة شكل ١١٢)

اذا وصل مستقيم من أ ه من رأس اى مثلث مثل أ ه ز الى وسطه
فاعدنه حدث

$$\overline{أ} + \overline{أد} = \overline{أه} + \overline{أز}$$

(برهانها) ان نزل العمود أ د على القاعدة ه ز في المثلث أ ه ز
يحدث

$$\overline{أد} = \overline{أه} + \overline{أز} - \overline{أه} \times \overline{أز}$$

ومن المثلث أ ه ز يحدث

$$\overline{أ} = \overline{أه} + \overline{أز} + \overline{أه} \times \overline{أز}$$

فاذا جمعنا ولا خطا ان ه ز = ه ز يحدث

$$\overline{أ} + \overline{أد} = \overline{أه} + \overline{أز} + \overline{أه} \times \overline{أز}$$

* (الدعوى الرابعة عشر الطريقة شكل ١١٢ الثانى)

كل شكل رباعى فيه ربع مربعه ان اضلاعه الاربعه تساوى مجموع مربعى
قطريه رائدا اربعة امثال مربع الماط الموصول بين وسطيهما

(برهانها) ان يصرص ا د و ب ه قطرى المربع ا ب ه ز ر ع
و د وسليهما ثم يوصل د و د و ع و ب بقصى الطريقة المتقدمة
يحدث

$$\text{من المثلث ا د ه} \quad \overline{أ} + \overline{أد} = \overline{أه} + \overline{أز} + \overline{أه} \times \overline{أز}$$

$$\text{ومن المثلث ا د ه} \quad \overline{أد} + \overline{أز} = \overline{أه} + \overline{أز} + \overline{أه} \times \overline{أز}$$

وبالمع يكون $\overline{أ} + \overline{أد} + \overline{أز} + \overline{أه} \times \overline{أز} = \overline{أه} + \overline{أز} + \overline{أه} \times \overline{أز} + \overline{أد}$

امكن دائماً من مثلث مشابه له لأنه اذا غيرت اصلاح المتساوية المعلوم
تغيروا نسبياً تحدث ثلاثة اصلاح اخر يمكن بها تكوين مثلث لان كلاهما
اقل من مجموع الصليحيين الآخرين

١- (الدعوى الثامنة عشر النظرية شكل (١١٩) *

اذا تساوت الروايات المتناظرة من مثلثين تمامت اصلاحهما المتناظرة
(والاصلاح المتناظرة هي المقابلة للروايات المتساوية)
فإذا كان في مثلثين مثل $ا-ح$ و $د-ه$ رواية $ا = د$ و روايتهم
 $ح = ه$ و رواية $ا-ح = د-ه$ يكون

$ح : د :: ا : د$. $د : ح :: ا : د$. $د : ح :: ا : د$

(رهما) ان يقال لو وضع الصليحيان $ح$ و $د$ على استقامة
واحدة ومد الصليحيان $ا$ و $د$ حتى التقيا في نقطة مثل $و$ لكان
الشكل الحادث $ا-ح-د$ متوازي الاصلاح لأنه يلزم من كونه الحظ
• $ح-د$ مستقيماً واحداً والرواية $ح-ا = د-ه$ ان يكون الحظ $ا-ح$
موارداً للحظ $د-ه$ او $و$ كما شرر ذلك في القالة الاولى وكذا يلزم من
كون الرواية $ا-ح = د-ه$ ان يكون الحظ $ا-ح$ أو $و$
موارداً للحظ $د-ه$

ويلزم من كونه الحظ $ا-ح$ موارداً للقاعدة $و-ه$ في المثلث $و-ه-د$
ان يكون $ح : د :: ا : د$ او كما تقرر ذلك في النظرية
الخامسة عشر فادوضع في هذه المسألة الحظ $د$ بدل مساوية او
تكون نسبة $ح : د :: ا : د$. $د : ح :: ا : د$

ويلزم من كون الحظ $د$ موارداً للصليحيين $ا-ح$ ان يكون $ح : د :: ا : د$
• $د : ح :: ا : د$ فادوضع $ا-ح$ بدل مساوية ود يكون $ح : د :: ا : د$
• $د : ح :: ا : د$ ويلزم من اتحاد نسبة $ح : د :: ا : د$ في هذين
المساواة والمساواة المقدمة ان يكون $ا-ح : د :: ا : د$. $د : ح :: ا : د$
اي ان الاصلاح المتناظرة متساوية فقد ثبت بهذا ان المثلثين اللذين زواياهما

هـ موارد القاعدة هـ وهذه عكس الدعوى السابقة
(برهانها) ان يقال لو لم يكن هـ موارد القاعدة هـ ما كان هو
هو الموارد لها الحدث ا هـ . د . او و قد فرضنا ان
ا هـ د . : ا هـ . هـ فينتج من مقارنة هذه المتساسة
السابقة ان او و د . : ا هـ هـ وهي محالة

* (الدعوى السابعة عشر النظرية شكل ١١٧ و ١١٧ الثانی)
الخط ا المصنف الراوية مثل ا من مثل مثل ا هـ يقسم القاعدة
هـ الى سهمين هـ و د مساوين للصليح ا هـ و ا هـ
والخط ا المصنف للراوية الخارجة ا هـ يحدد على القاعدة
المتمة حـ هـ و د مساوين للصليح المـ و د
ا هـ و ا هـ .

(برهان القضية الاولى) ان يرسم من النقطة د خط مثل هـ يوارى
ا هـ ويمد حتى يتطوع الامتداد ا فيكون في المثلث هـ د هـ خط ا هـ
موارد القاعدة هـ ويحدث هـ . د . ا هـ : ا هـ لكن
المثلث ا هـ مساوي الساقين لانه يلزم من توارى ا هـ و هـ ان
تكون الراوية ا هـ = د ا هـ والراوية ا هـ = ا هـ
وحيث ان د ا هـ = ا هـ بالعرض تكون الراوية ا هـ = ا هـ
ويكون ا هـ = ا هـ فاد اوصعا ا هـ عوضا عن ا هـ في المتساسة
المتقدمة يكون هـ : د . ا هـ : ا هـ وهو المطلوب
(وبرهان القضية الثانية) ان يرسم حـ يوارى ا هـ فيحدث من المثلث
ا هـ هذه المتساسة هـ : د . : ا هـ : ا هـ وبمثل ما تقدم
يرهن على ان المثلث ا هـ متساوي الساقين اي ان ا هـ = ا هـ
فيكون هـ : د . : ا هـ : ا هـ وهو المطلوب .

* (تعريف)
المثلثان المتشابهان مثلثان اصلعهما المتساوية متساوية فاذا علم مثلث
ا هـ

المساواة المتساوية

(تنبيهات)

الاول الروايات المتساوية من مثلثين او تارها متساوية
 الثاني يشاهد من هذه القصص وسأنتها ان تساوى الروايات ملزم ان تناسب
 الاصلاخ وتناسب الاصلاخ ملزم لتساوى الروايات واحده من الشرطين
 كافى في شابه المثلثين وليس كذلك في الاشكال المعيارية للمثلث لانه لو نظر الى
 الشكل الرباعي كالمرسوم في الشكل ١٢١ ورسم الخط ه ه و مواريا
 للصلح س ح فكانت كل راوية من الشكل الرباعي ا ه و د مساوية
 لطيرتها من الشكل الرباعي ا س ح و ليست الاصلاخ المتساوية
 متساوية كما هو واضح من الشكل وكذا يمكن تقارب القطبين س و د
 أو تباعد ه ما دون بغير تناسب اصلاخ الشكل الرباعي المذكور وهي ا س
 و س ح و ح د و د ا وهذا تعبير مقادير الروايات وس هذا انه يمكن
 في الشكل الرباعي احتمال تناسب الاصلاخ بدون تعبير مقادير الروايات وتعبر
 الروايات بدون تعديل الاصلاخ اعني انه لا يلزم من تناسب الاصلاخ تساوى
 الروايات ولا من تساوى الروايات تناسب الاصلاخ الا في المثلث فقط
 الثالث اهم القصص في علم الهندسة قصة شكل العروس مع هاتين القصيتين
 لان جميع الاشكال المسطحة المستوية يمكن تقسيمها الى مثلثات وكل مثلث
 يمكن تقسيمه الى مثلثين قائمي الراوية

(الدعوى العسرون الطرية شكل ١٢٢)

اذا ساوت راوية من مثلث لطيرتها من مثلث اخر وكانت الاصلاخ المحيطة
 بهما بين الراويتين متساوية كان المثلثان متشابهين
 اى اذا كانت الراوية ا من المثلث ا س ح مساوية للراوية د من
 المثلث ه ه و وكانت ا س د ه ه : ا ح : د و يكون المثلث
 ا س ح متشاهما للمثلث ه ه و
 (برهانها) ان يقال لو اخذ العدد ا د ه ه ورسم من النقطة

المسطرة متساوية متساويان وهو المطلوب
وينتج من هذه المطرية انه يكفي لتساويه المثلثين تساوي راويتين لان الزاوية
الثالثة تكون حينئذ مساوية لمطيرها

(الدعوى التاسعة عشر المطرية شكل ١٢٠)

المثلثان اللذان اضلاعهما المسطرة متساوية رواياهما المسطرة
متساوية

فالمثلثان مثل $\alpha - \beta$ و γ هـ و اذا كان $\alpha - \beta$ هـ و

$\alpha - \beta$: هـ :: $\alpha - \beta$: هـ و تكون الزاوية $\alpha = \beta$

الزاوية $\alpha - \beta = \gamma$ هـ والزاوية $\gamma = \alpha - \beta$ و

(رهما) ان يقال لو انشئت زاوية مثل هـ و مساوية للزاوية $\alpha - \beta$

وزاوية مثل هـ و مساوية للزاوية γ لكات الزاوية $\alpha - \beta$ من المثلث

هـ و مساوية للزاوية $\alpha - \beta$ وحينئذ تكون كل زاوية من المثلث $\alpha - \beta$.

مساوية لمطيرتها من المثلث هـ و ويلزم من هذا ان يكون

$\alpha - \beta$: هـ :: $\alpha - \beta$: هـ والمفروض ان

$\alpha - \beta$: هـ :: $\alpha - \beta$: هـ ويلزم من تساوي الحدود الثلاثة

في هاتين المتساويتين ان يكون الحد الرابع هـ و $\alpha - \beta = \gamma$ وكذا يلزم من

تساوي الروايات المذكورة ان تكون

$\alpha - \beta$ هـ و :: $\alpha - \beta$ و والمفروض ان

$\alpha - \beta$: هـ :: $\alpha - \beta$: هـ ويلزم ايضا من تساوي الحدود الثلاثة

في هاتين المتساويتين ان يكون الحد الرابع و $\alpha - \beta = \gamma$ وحينئذ تساوت

الاضلاع المسطرة من المثلثين هـ و و هـ و تكون رواياهما المسطرة

كذلك ويلزم من كون روايا المثلث هـ و انشئت مساوية لمطيرها من

المثلث $\alpha - \beta$ ان تكون روايا المثلث هـ و مساوية لرواها المثلث $\alpha - \beta$

كل لمطيرتها

قد ثبت بهذا ان المثلثين اللذين اضلاعهما المسطرة متساوية رواياهما

المسطرة

د : رو :: ال : او
ولهذا يلزم من كون الخط لك موازيا لخط رو ان تكون
ال : او :: لك : ور
فيلزم من اتحاد نسبة ال : او في هاتين المتساويتين ان يكون
له : رو :: لك : ور
وعمل هذا يبرهن على ان

لك : ور :: ط : ك : وح وهكذا
فقد ثبت بهذا انه كما تنقسم القاعدة ر ح في القطة و و ر و :
يتقسم الخط ه ح في القطة ل و ك و ط
فتخرج من هذا انه اذا انقسمت القاعدة ر ح الى اقسام متساوية في القطة
و و ر و ح ينقسم الخط ه ح في القطة ل و ك و ط الى
اقسام متساوية كذلك

١٢٦ (الدعوى الثالثة والعشرون النظرية شكل ١٢٦)
اذا ارل عمود من رأس الراوية القائمة في المثلث القائم الراوية على وترها
فاعلم
اولا ان هذا العمود يقسم المثلث الى مثلثين كلاهما يشابه المثلث
الكلي
ثانيا ان كلام الصلعي المحيط بالقائمة يصير وسطا متساويا بين وتر القائمة
والقسم المحاور له
وثالثا ان العمود المبرل من القائمة على الوتر يكون وسطا متساويا بين قسمي
الوتر المدكور

اي اذا ارل عمود مثل اء من رأس الراوية القائمة ا في المثلث القائم
الراوية ما ر ح على وترها ر ح فاعلم
اولا ان هذا العمود يقسم المثلث ا ر ح الى مثلثين اء ر و اء ح
كلاهما يشابه المثلث الكلي ا ر ح

$$\overline{a} = \overline{b} \times \overline{c}$$

(٢) ان

$$\overline{a} = \overline{b} \times \overline{c}$$

شيء التساوية لتخرج

$$\overline{a} = \overline{b} \times \overline{c} + \overline{b} \times \overline{d} \text{ أو}$$

$$\overline{a} = \overline{b} \times \overline{c} = \overline{b} \times (\overline{c} + \overline{d}) =$$

مربع وتر القائمة يساوي مجموع مربعي الصليين الآخرين
على صحة هذه الدعوى فيما تقدم نوجه آخر فهذا دليل على ان
هندسية قطعية اد المطربات مؤسسة على الهندسيات التي

(نتيجة شكل ١٢٧)

لرية انه لو وصل وزان مثل a و b من اى نقطة
نل a الى مائى قطر مثل c لكان المثلث الحادث
وية فى a وحينئذ يكون العمود a المثل من اى
على القطر وسطا متناسبا بين قسمي التطر المدكوروها
وكذا يكون الوتر b وسطا متناسبا بين القطر c
له وهو d اعنى يكون

$$\overline{a} = \overline{b} \times \overline{c}$$

a وسطا متناسبا بين القطر c والقسم الجاورله

ن يكون

$$\overline{a} = \overline{b} \times \overline{c}$$

ن يكون

وثانيا ان كلام الصلعيين $أ-و$ المحيط بالقائمة يصير وسطا
متناسبا بين وتر القائمة $ح-ز$ والقسم المحاور له $س-د$ أو $د-ز$.
وثالثا ان العمود $أد$ المثل من القائمة على الوتر يكون وسطا متناسبا
بين معنى الوتر المذكر وهما $س-د$ و $د-ز$

(برهان القصبة الاولى) ان يقال يلزم من كون الراوية $س-د$ مشتركة
في المثلين $س-أد$ و $س-أح$ والراوية $س-أ$ = $س-أح$ لقوامهما
ان تكون الراوية $س-أ$ = $ح$ وان يكون المثل $س-أ$ مشابها
للمثل $س-أح$

وعمل $أد$ يبرهن على ان المثل $ح-أد$ يتباه المثلث $س-أح$ فاذن تكون
المثلثات $س-أد$ و $ح-أد$ و $س-أح$ متشابهة وهو المطلوب
(وبرهان القصبة الثانية) ان يقال يلزم من كون المثلث $س-أ$ مشابها
للمثلث $س-أح$ ان يكون .

• $س-د . س-أ :: س-أ : س-ح$ (١)
وكذا يلزم من كون المثلث $ح-أد$ مشابها المثلث $س-أح$ ان يكون

$د-ز : أ-ح :: أ-ح . س-ح$ (٢)
وقد ثبت بهذا ان كلام الصلعيين $أ-و$ المحيط بالقائمة وسط
متناسب بين وتر القائمة والقسم المحاور له وهو المطلوب

(برهان القصبة الثالثة) ان يقال يلزم من كون المثلث $س-أ$ مشابها
للمثلث $س-أح$ ان تكون .

$س-د . أ-د :: أ-د : د-ز$ (٣)
معنى ان العمود $أد$ وسط متناسب بين قسمي الوتر وهما $س-د$ و $د-ز$
وهو المطلوب

• * (تأنيده) •

حيث ان مسطح الطرفين في كل متناسبة هـ دسمة يساوي مسطح الوسطين
ينشأ من التناسبة (١) ان

أب هـ د ا ح ا د هـ × ا هـ : أ ب × ا ح . ا × ا هـ
 بقسمة حدى النسبة الأولى على المضروب المشترك أب هـ يصير
 ح هـ : ا د هـ : ا ب × ا ح . ا × ا هـ وهو المطلوب
 * (نتيجته) *

نخرج من هذه الطريقة أن المثلثين المدكرين يكونان متساويين إذا كان
 المستطيل أ ب × ا ح مساويا للمستطيل أ د × ا هـ أو إذا كانت
 أ ب : ا د :: أ هـ : ا ح وهذا ما يتأتى إذا كان الخط ح د
 موازيا للخط هـ د

* (الدعوى الخامسة والعشرون السطرية شكل ١٢٢) *

نسبة المثلثين المتشابهين إلى بعضهما مكرسة مربع صلح من أ ب هـ ما
 لربع نظيره

أي أن المثلث أ ب ح . المثلث د هـ ز . أ ب : د هـ . أ ح : د ز

(رهنما) أن يقال يلزم من كون المثلث أ ب ح مشابها للمثلث د هـ ز
 أن تكون الزاوية أ = د والزاوية ب = هـ والزاوية ح = ز
 ويلزم من كون الزاوية أ = د أن يكون

أ ب : د هـ . أ ح : د ز . د هـ × د ز

كما تقرر ذلك في الطريقة المتقدمة وهذه المناسبة يمكن وصفها بهذه الصورة

$$\frac{أ ب}{د هـ} = \frac{أ ح}{د ز} \times \frac{د ز}{د هـ}$$

ويلزم من كون المثلث أ ب ح مشابها للمثلث د هـ ز أن يكون

$$\frac{أ ب}{د هـ} = \frac{د ز}{د هـ}$$

فإن يكون

$$\frac{أ ب}{د هـ} = \frac{أ ح}{د هـ} \times \frac{د ز}{د هـ} \text{ وهو المطلوب}$$

* (تعريف شكل ١٢٩ الثاني) *

كثيرا الاضلاع المتشابهة شكلان مركبان من مثلثات متشابهة بالتناظر

$\overline{ا} : \overline{ا} :: \overline{د} \times \overline{د} : \overline{د} \times \overline{د}$
 فاذا قسم هذا النسبة الثانية على المضروب المشترك الذي هو $\overline{د}$ أت
 هذه المناسبة الى هذه

$$\overline{ا} : \overline{ا} :: \overline{د} : \overline{د}$$

ولو قورن المربعان $\overline{ا}$ و $\overline{د}$ لحدث

$$\overline{ا} : \overline{د} :: \overline{د} : \overline{د}$$

وكذا لو قورن المربعان $\overline{ا}$ و $\overline{د}$ لحدث

$$\overline{ا} : \overline{د} :: \overline{د} : \overline{د}$$

وقوله وكرنا ذلك في النتيجة الثالثة والرابعة من شكل العروس فلا حاجة
 للاطالة فتأمل

« (الدعوى الرابعة والعشرون النظرية شكل ١٢٨) »

المثلثان اللذان في احدهما زاوية مساوية لطيرتها من الاخر النسبة بينهما
 كالنسبة بين مستطيل الصلعين المحيطين بالزاوية الاولى ومستطيل الصلعين
 المحيطين بطيرتها الى ان

الثالث $\overline{ا} \times \overline{ج} : \overline{ا} \times \overline{د} :: \overline{ا} \times \overline{ا} : \overline{ا} \times \overline{ا}$
 (رهاها) ان يقال لو وصل الخط $\overline{ب}$ لحدث مثلث $\overline{ا} \times \overline{ب}$ ارتفاعه
 عين ارتفاع المثلث $\overline{ا} \times \overline{د}$ لاشراكهما في الرأس $\overline{ا}$ واتحاد اتجاه
 الماعدتين $\overline{ا} \times \overline{ب}$ و $\overline{ا} \times \overline{د}$ ويلزم من هذا ان يكون

$$\overline{ا} \times \overline{ب} : \overline{ا} \times \overline{د} :: \overline{ا} : \overline{ا}$$

وكذا يلزم من اتحاد الارتفاع في المثلثين $\overline{ا} \times \overline{ب}$ و $\overline{ا} \times \overline{د}$ ان يكون

$$\overline{ا} \times \overline{ب} : \overline{ا} \times \overline{د} :: \overline{ا} : \overline{ا}$$

فلوضربت حدود هاتين المتساويتين بالترتيب لحدث

$\overline{ا} \times \overline{ب}$

* (الدعوى السابعة والعشرون النظرية شكل ١٢٩) *

كثيرا الاصلاخ اللدان زواياهما المتساوية متساوية واصلاخهما المتساوية متساوية متشابهان اعني انهما يتركان من مثلثات متساوية متشابهة ومماثلة الوضع

(براهما) ان يقال لو وصل من رأس متساويتين مثل ا و ب و اقطار مثل ا ح و ا د و و ح و و ط لكان المثلث ا ح د متساويا للمثلث و ح د لان الراوية ا ح د = و ح د بالفرض وانصا

ا ح د : و ح د :: و ح د : و ح د وقد تقر في النظرية الحادية والعشرين ان المثلثين اللذين هذه المثلثة متشابهان ويلزم من تشابههما ان تكون الراوية ح د ا مساوية للراوية و ح د و فاذا طرحت الراوية ح د ا من الراوية ح د د والراوية و ح د و من الراوية و ح د ط المسلووية للراوية ح د د كملت الراوية ا ح د مساوية للراوية و ح د ط لكن حيث ان المثلثين ا ح د و و ح د متشابهان تكون

ا ح د : و ح د :: و ح د : و ح د

وقد فرضنا ان

ح د : و ح د :: و ح د : و ح د

فاذن يكون

ا ح د : و ح د :: و ح د : و ح د

وقد انصح ان الراوية ا ح د = و ح د فاذن يكون المثلث ا ح د متساويا للمثلث و ح د ومثل هذا يبرهن على ان المثلث ا ح د متساوية للمثلث و ح د وكذا المواق كما ما كان عدد الاصلاخ في كثيرى الاصلاخ المقروضين

* (الدعوى الثامنة والعشرون النظرية شكل ١٢٩) *

النسبة بين محيطى كثيرى الاصلاخ المتشابهين كالنسبة بين ضلعين متساويين

مستأن $ا ر ح + ا د ح + ا ه ح$ مساوي الشكل $ا ر ح د ح$
 و $و ر ح + و د ح + و ه ح$ مساوي الشكل $و ر ح ط ح$
 ينح أن
 الشكل $ا ر ح د ح$. الشكل $و ر ح ط ح$. $ا ر ح$: $و ر ح$
 وقد تقر أن

$$ا ر ح : و ر ح :: ا ر ح : و ر ح$$

فأذن يكون

الشكل $ا ر ح د ح$: الشكل $و ر ح ط ح$:: $ا ر ح$: $و ر ح$
 وهو المطلوب

(نتيجة)

ينبع من هذه النظرية انه اذا انشئت ثلاثة اشكال متشابهة اصلاها المتناظرة
 مساوية لاصلاع مثلث قائم الزاوية يكون الشكل المنشأ على الصلح الاكبر
 مساويا لمجموع الشكلين الاخرين لان هذه الاشكال الثلاثة مساوية
 لمربعات اصلاعها المتناظرة وحيث كل مربع الورم مساويا لمجموع المربعين
 المنشأ على الصلحين الاخرين ينبع من ذلك ان الشكل المنشأ على الصلح
 الاكبر مساو لمجموع الشكلين الاخرين

(الدعوى التاسعة والعشرون النظرية شكل ١٤٠)

الوزن $ا ر ح$ و $و ر ح$ المتقاطعان في دائرة حزا احدهما مماسا
 لعكس جزئي الاخر اعني ان

$$ا ه ح : و ه ح :: ا ر ح : و ر ح$$

(رهاثما) ان يقال لو وصل $ر د$ و $ا د$ لكان المثلثان الحادئان
 $ا ر د$ و $و ر د$ متشابهين لان الزاوية $ه د$ مشتركة والزاوية $ا د ر = د ر و$
 لوقوعهما في قطعة واحدة والزاوية $ر د و = د ر ا$ كذلك ويلزم من تشابه
 هذين المثلثين ان يكون

والسمة بين سطحيهما كالنسبة بين مربعي ضلعي متساطين
 (ورهان القضية الاولى) ان يقال يلزم من تشابه الشكلين ان يكون
 ا - ب . و ر :: ح - د . و ر . ح د . ح ط الح
 وقد يقرر في علم الحساب ان نسبة مجموع المقدمات الى مجموع التاليات
 كنسبة ا ب الى ح د المقدمات الى تاليه فادن يكون
 ا - ب + ح د + ح د + الح . و ر + ح د + ح ط +
 الح . ا - ب : و ر
 وحيث ان ا - ب + ح د + ح د + الح يساوي محيط الشكل
 ا - ب ح د و و ر + ح د + ح ط + الح يساوي محيط
 الشكل و ر ح ط ط يبع ان
 محيط الشكل ا - ب ح د . محيط الشكل و ر ح ط ط :: ا - ب
 : و ر وهو المطلوب
 (ورهان القضية الثانية) ان يقال يلزم من كون المثلث ا - ب ح مساويا
 للمثلث و ر ح ان يكون

ا - ب . و ر : ح د . ا ح . و ح
 وكذا يلزم من تشابه المثلثين ا ح د و و ح ط ان يكون
 ا ح د : و ح ط :: ا ح : و ح
 ويلزم من اشتراك السمة الثانية في هاتين المتناسبتين ان يكون
 ا - ب . و ر : ا ح د . و ح ط

وعمل هذا يبرهن على ان
 ا ح د : و ح ط :: ا ح د : و ح ط وهكذا على حسب عدد المثلثات
 فينتج من تساوي هذه النسب ان مجموع المقدمات الى مجموع التاليات
 كنسبة مقدم الى تاليه اي ان
 ا - ب + ا ح د + ا ح د : و ر + و ح ط + و ح ط :: ا - ب
 : و ر

وحيث

يقطع الخط $ا هـ$ في نقطة اخرى غير النقطة $هـ$ كالنقطة $م$ مثلا لئلا
ان يكون

$$ا - ا هـ = ا هـ \times ا م$$

والمفروض أن

$$ا - ا هـ = ا هـ \times ا هـ$$

فيخرج من هاتين المعادلتين أن

$$ا هـ \times ا م = ا هـ \times ا هـ \text{ وهو محال}$$

فأذن تكون النقطة $هـ$ على المحيط المار بالنقط $و$ و $ز$ و $ح$
وهو المطلوب

(الدعوى الثانية والثلاثون الطرية شكل ١٣٢)

اذا اخذت نقطة مثل $هـ$ خارج دائرة ومدتها مستقيمة مماس مثل $هـ ا$
وأجر قاطع مثل $هـ و$ كان المماس وسطا متساويا بين القاطع وجرئه
للخارج اعني ان

$$هـ و : هـ ا :: هـ ا : هـ ز$$

(برهانها) ان يقال لو وصل المستقيمان $ا هـ$ و $ا ح$ لكان المثلثان
المساويان $هـ ا و$ و $هـ ا ح$ متشابهين لان الزاوية $هـ$ مشتركة
والزاوية $هـ ا و$ الواقعة بين المماس $هـ ا$ والوتر $ا و$ مساوية للزاوية
 $و$ ويلزم من تشابههما ان يكون

$$هـ و : هـ ا :: هـ ا : هـ ز \text{ وهو المطلوب}$$

هـ (نتيجة)*

ينتج من هذه الطرية ان مربع الخط المماس يكافئ المستطيل المكون من الخط
القاطع ومن جرئه الخارج اعني ان

$$هـ ا^2 = هـ و \times هـ ز$$

(الدعوى الثالثة والثلاثون الطرية شكل ١٣٣)

اذا نصفت زاوية مثلث بمستقيم فالمتسطيل المكون من ضلعها

أه : ده : هـ . هـ . وهـ المطلوب

(نتيجة)

ينبع من هذه النظرية أن

$$أه \times ده = ده \times هـ$$

والمعنى أن المستطيل المكوّن من جرئى أحد الوترين يكافئ المستطيل المكوّن من جرئى الوتر الآخر

(الدعوى الثلاثون النظرية شكل ١٣١)

إذا أخذت نقطة مثل هـ خارج الدائرة ومدتها فاطعان مثل هـ و هـ حتى اسهيا بالقوس المقعر هـ فالقاطعان الكاملان يكونان مناسبين لعكس جرئيهما الخارجين اعنى يكون

$$هـ ر : هـ د :: هـ د : هـ أ$$

(برهانها) ان يقال لو وصل ا د و ر لكان المثلثان الحادثان هـ ا د و هـ ر متشابهين لأن الراوية هـ مشتركة والراوية ر = د لوقوعهما فى قطعة واحدة وينبع من تشابههما ان

$$هـ ر : هـ د :: هـ د : هـ أ$$

(نتيجة)

ينبع من هذه النظرية أن

$$هـ ر \times هـ أ = هـ د \times هـ د$$

والمعنى ان المستطيل المكوّن من أحد القاطعين وجرئه الخارج عن الدائرة يكافئ المستطيل المكوّن من القاطع الآخر وجرئه كذلك

(الدعوى الحادية والثلاثون النظرية شكل ١٣١ الشاى)

إذا وجدت أربع نقط مثل ر و د و هـ و هـ على مستقيمين متقاطعين مثل ا ب و ا هـ وكان ا د \times ا ب = ا د \times ا هـ كانت هذه النقط على محيط دائرة واحدة

(برهانها) ان يقال لو فرض ان المحيط الذى يمر بالنقط د و ر و هـ

يقطع

اي ان المستطيل المكون من ضلعين مثل $ا ب$ و $ا ج$ من مثلث مثل
 $ا ب ج$ يكافئ المستطيل المكون من الارتفاع $ا د$ المنزل على ضلعه
 الثالث $ج د$ ومن قطر الدائرة $ج ه$ المرسومة على المثلث المذكور
 اعني ان

$$ا ب \times ج د = ا ج \times ا د$$

(برهانها) ان يقال لو وصل $ا ه$ لكان المثلث $ا ب د$ القائم الراوية
 في $د$ متشابه للمثلث $ا ب ج$ القائم الراوية في $ا$ لان الراوية $ه$
 $=$ ويلزم من تشابه هـ ما ان يكون

$$ا ب : ج د :: ا ج : ا د$$

ومن هذه المتساسة ينتج أن

$$ا ب \times ا د = ا ج \times ج د \dots (١)$$

وهو المطلوب

:(تبيية)

اذا ضرب كل من طرفي المعادلة (١) في $ج د$ اي الصلح الثالث من
 المثلث حدث

$$ا ب \times ا د \times ج د = ا ج \times ج د \times ج د$$

وحيث ان مساحة المستطيل المكون من $ا د$ و $ج د$ تساوي ضعف
 مساحة المثلث $ا ب ج$ يعلم من ذلك انه اذا ضربت اضلاع مثلث في بعضها
 كان حاصل الضرب مساويا لضعف مساحة المثلث مضروبة في قطر دائرة
 المحيط بالمرؤسه

واعلم ان حاصل ضرب ثلاثة خطوط مستقيمة يسمى في بعض الاحيان مساحة
 جسمية وسيأتي بيانه في المقالة السادسة

(تنبية)

اعلم انه يمكن ان يبرهن ايضا على ان مساحة المثلث تساوي محيطه اي مجموع
 اضلاعه مضروباً في ربع قطر الدائرة المرسومة داخله انظر (شكل ٨٧ من

بساوي المستطيل المكون من قسمي الضلع المقابل لها رأياً مربع المستقيم
المنصف لها
أي إذا نصفت زاوية مثل $\angle A$ من مثلث مثل $\triangle ABC$ بمستقيم مثل
أد كان

$$AB \times AC = AD \times AB + AD \times AC$$

(رهاها) ان يقال لو رسم محيط دائرة ماررؤس زوايا المثلث $\triangle ABC$ ومث
الخط أد جهة د حتى انتهى الى محيط الدائرة في نقطة مثل ه ووصل
هـ ب لكان المثلث الحادث هـ ب د متساوي المثلث $\triangle ABC$ لانه يلزم من
كون الزاوية $\angle A$ مساوية للزاوية هـ ب د بالعرض والزاوية $\angle B$
مساوية للزاوية هـ ب د لوقوعهما في قطعة واحدة ان يكون المثلثان
المدكوران متشابهين ويلزم من تشابههما ان تكون اضلاعهما المتسطرة
متناسبة أي يكون

$$AB : AC :: AD : AE$$

فيخرج من هذه المتناسبة ان

$$AB \times AC = AD \times AE$$

أي $AB \times AC = AD + DE$ فاذا ضرب كل من حدود هذه المعادلة
في أد يكون

$$AB \times AC = AD \times AB + AD \times AC$$

ويلزم من كون

$$AB \times AC = AD \times AB + AD \times AC$$

ان يكون

$$AB \times AC = AD \times AB + AD \times AC$$

(الدعوى الرابعة والثلاثون الطرية شكل ١٣٤) *

المستطيل المكون من ضلعي مثلث يكافئ المستطيل المكون من الارتفاع المتزل
على ضلعه الثالث ومن قطر الدائرة المرسومة على المثلث المدكور

راياص الراوية $ساو = س د$ لوقوعهما في قطعة واحدة حيث
 يكون المثلث $ا ب و$ مشاهما للمثلث $س د و$ ويتخرج من شأبهما ان
 $ا ب : س د :: ا و : د و$
 ويتخرج من هذه المسألة ان

$$ا ب \times د و = ا و \times س د \quad (٢)$$

فاداجعت هذه المعادلة (٢) الى المعادلة (١) حدث

$$ا د \times س د + ا ب \times د و = ا و \times س د + د و \times س د$$

$$= (ا و + د و) \times س د = ا ح \times س د \text{ وهو المطلوب}$$

* (الدعوى السادسة والثلاثون المطرية شكل ١٣٥) *

نسبة احدى قطري الشكل الرباعي المرسوم داخل دائرة الى قطره الآخر
 كنسبة مجموع المستطيلين المكوين من الاضلاع المتصلة المتارة سهايتي القطر
 الاول الى مجموع المستطيلين المكوين من الاضلاع المتصلة المتارة سهايتي
 القطر الآخر اعني ان

$$ا د : س د :: ا ب \times ا د + س د \times د و : ا ب \times س د + ا د \times د و$$

(برهانها) ان يرمر بالمر بن اصف قطر الدائرة المرسومة على الشكل ثم
 يقال حيث ان الشكل الرباعي $ا ب د و$ منقسم بالقطر $ا د$ الى الثلاثين
 $ا ب د$ و $ا د و$ يكون

$$ا ب \times س د + ا د \times د و = ا د \times س د + ا ب \times د و \quad (\text{كما تقرر في نتيجة المطرية ٣٤})$$

وايضا يكون

$$ا د \times س د + ا ب \times د و = ا د \times س د + ا ب \times د و$$

$$ا د \times (س د + ا ب) = ا د \times س د + ا ب \times د و$$

وحيث ان الشكل الرباعي منقسم بالقطر $س د$ الى الثلاثين $ا ب د$
 و $س د و$ يكون

$$س د \times (ا ب + س د) = ا ب \times س د + س د \times د و$$

(اللوحة ٤)

لان كلام ارتفاعات المثلثات $أع - و - ح$ و $أع - ح$ المشتركة
 في الرأس $ح$ يساوى نصف قطر الدائرة المرسومة داخل المثلث $أ - ح$
 فيستد يكون مجموع هذه المثلثات مساويا لمجموع القواعد $د - و - ح$
 و $أ - ح$ مضروبا في نصف نصف القطر $ح - د$ أى في ربع القطر فعدت
 بهذا ان مساحة المثلث $أ - ح - د$ تساوى محيطه مضروبا في ربع قطر الدائرة
 المرسومة داخله وهو المطلوب

(الدعوى الخامسة والثلاثون المطرية شكل ١٣٥)

المستطيل المكون من قطري شكل رباعي مرسوم داخل دائرة يساوى مجموع
 مستطيلي اضلاعه المتقابلة أى أن

$$أ - ح \times د - و = أ - د \times ح - و + أ - و \times ح - د$$

(برهانها) ان تؤخذ القوس $ح - و =$ للقوس $أ - د$ ويوصل به
 الذى يقطع القطر $أ - ح$ في و فيكون المثلث الحادث $ح - و - د$ متساويا
 للمثلث $أ - د - و$ لانه يلزم من كون القوس $ح - و$ مساويا للقوس $أ - د$
 ان تكون الزاوية $ح - و - د$ أو $ح - د - و$ مساوية للزاوية $أ - د - و$ وايضا
 الزاوية $أ - د - ح = أ - ح - و$ او $ح - و - د$ لوقوعهما في قطعة واحدة
 فاذن يكون المثلث $ح - و - د$ متساويا للمثلث $أ - د - و$ ويلزم من كونهما
 متساويان ان يكون

$$أ - د : ح - و :: د - و : ح - د$$

ومن هذه المتسلسلة ينتج أن

$$أ - د \times ح - و = ح - و \times د - و + أ - و \times ح - د \quad (١)$$

ولنبرهن الآن على ان المثلث $أ - و - د$ متساويا للمثلث $ح - و - د$ فبقول حيث

كان القوس $أ - د$ مساويا للقوس $ح - و$ يكون

$$أ - د + د - و = ح - و + د - و \text{ أى } أ - ح = ح - د$$

فاذن تكون الزاوية $أ - ح - د$ أو $أ - د - و$ مساوية للزاوية $ح - و - د$

وايضا

ويلزم من قوايهما ان تكون الزاوية α مساوية للزاوية β
 فاذن يكون

أو : $\alpha = \beta$. ده

فإذا ضرب كل حد من هذه المتسلسلة في نظيره من المتسلسلة السابقة يحدث
 $\alpha \times \alpha : \alpha \times \beta :: \beta \times \beta : \beta \times \alpha$
 ونقسمه حدى النسبة الاولى على المصروب المشترك α وحدى النسبة
 الثانية على المصروب المشترك β ويكون

$\alpha : \beta :: \beta : \alpha$ ده أو

$\beta : \alpha :: \alpha : \beta$. اه وهو المطلوب

* (الدعوى السادسة والثلاثون النظرية شكل ٤ من اللوحة ١٧) .

إذا عمت زاوية من مثلث نظيرتها من مثلث آخر كانت النسبة بين هذين
 المثلثين كالنسبة بين المستطابين المكوين من الأضلاع المحيطة بالزاويتين
 المذكورتين فإذا كانت الزاوية α ممنة للزاوية β يكون

$\alpha \times \alpha : \alpha \times \beta :: \beta \times \beta : \beta \times \alpha$ اه

(رهاها) . أو يوضع المثلثان كما هو مبين في (الشكل ٤ من اللوحة ١٧)

نفس ثم يوصله α ويحدث

$\alpha \times \beta : \alpha \times \alpha :: \alpha \times \beta : \alpha \times \alpha$ و

$\alpha \times \beta : \alpha \times \alpha :: \alpha \times \beta : \alpha \times \alpha$.

فإذا ضربت الحدود المتساوية في بعضها حدث

$\alpha \times \alpha : \alpha \times \beta :: \beta \times \beta : \beta \times \alpha$ اه

ونقسمه حدى النسبة الاولى على المصروب المشترك α يكون

$\alpha : \beta :: \beta : \alpha$ اه أو $\beta : \alpha :: \alpha : \beta$ اه

وهو المطلوب

* (الدعوى التاسعة والثلاثون النظرية شكل ٥ من اللوحة ١٧) *

قطر الشكل الرباعي المرسوم على الدائرة يتقاطعان في نقطة تقاطع المستقيمين

فحينئذ يكون

$$ا د \times (ا ب \times د ه + ا د \times د ه) = د ه \times د ه$$

(ا ب \times ا د + ا د \times د ه) ويلزم من هذا ان يكون

$$ا د : د ه :: ا ب : د ه$$

+ ا د \times د ه وهو المطلوب

* (الدعوى السابعة والثلاثون المطرية شكل ٣ من اللوحة ١٧)

اذا تساوت زاوية من مثلث نظيرتها من مثلث آخر وكانت احدى الزاويتين الباقيتين من المثلث الاول متممة لنظيرتها من المثلث الاخر كانت النسبة بين الصليحين المقابلين للزاويتين المتساويتين كالنسبة بين الصليحين المقابلين للزاويتين المممتين لبعضهما

اي اذا تساوت زاوية مثل ا ب د من مثلث مثل ا د ه نظيرتها مثل د ا ه من مثلث مثل ا د ه وكانت احدى الزاويتين الباقيتين من المثلث الاول مثل الزاوية ا د ه متممة لنظيرتها مثل الزاوية ا د ه يكون

$$د ه : ا ب :: د ه : ا د$$

(برهانها) ان يقال لو وضع المثلثان كما هو مبين في الشكل ٣ من اللوحة ١٧ ومد الصلح د ه على استقامته جهة ه حتى قطع الصلح ا ه في و فحدث

$$ا ب : ا د :: د ه : د و$$

لان الخط ا د منصف للزاوية د ا و وقد تقرر في المطرية السابعة عشر ان الخط المصنف للزاوية من مثلث يقسم الصلح المقابل لها الى قسمين متناسبين للصليحين المحيطين بها وحيث كانت الزاوية ا د ه متممة للزاوية ا د ه وللزاوية ا د و تكون الزاوية ا د و مساوية للزاوية ا د ه ويلزم من هذا ان يكون الخط د و موازيا للخط د ه كما تقرر ذلك في المقالة الاولى

ويلزم

م : د : وكانت نقطة اخرى مثل د على استقامته وكان ايضا

ا د : م : د

كانت النسبة بين اى مستقيمين موصولين من النقطتين ا و ب الى اى

نقطة من نقط المحيط الذى قطره د ثابتة ومساوية للنسبة م : د

(برهانها) ان يقال يلزم من كون

ا د : م : د :: ا ح : ح د :: م : د

ان يكون

ا د : ح د : م : د :: ا د : ح د : م : د

م : د

لانه قد تقرر فى علم الحساب ان نسبة مجموع المقدمين الى مجموع البالين

كنسبة فاضل المقدمين الى فاصل البالين فادار من بالحرف و لم يترك

الدائرة حدث

ا د : ح د : م : د :: ا د : ح د : م : د

ونقسمه حدود الدسدي الارليس على ا وادال ح د بمساويه ح د

اول هذه المتساسة الى

ا د : ح د : م : د :: ا د : ح د : م : د

فادن يكون المثلث ا د ح مشابها للمثلث ح د م ويلزم من تشابههما

ان يكون

ا د : ح د : م : د :: ا د : ح د : م : د

ا د : ح د : م : د :: ا د : ح د : م : د وهو المطلوب

(نتيجة)

يتبع من هذه النظرية انه لو وصل الخط ح د لاقسمت الزاوية ا د ح الى

قسمين متساويين ولو وصل الخط ح د لاقسمت الزاوية ح د م الى

قسمين متساويين كذلك

(تساويات)

الموصولين بين نقط تماس اصلاعه المقاتلة
 (برهاها) ان يوصل القطر هـ ر والمستقيمان ا ح و ر ثم يبحث
 عن النسبة الكائنة بين البعدين هـ ط و رط اللذين هما بعدا نقطة
 تقاطع المستقيمين هـ ر و رـ عن النقطتين هـ و ر ثم يبحث ايضا
 عن النسبة الكائنة بين البعدين هـ ط و رط اللذين هما بعدا نقطة
 تقاطع المستقيمين هـ ر و ا ح عن النقطتين المدكورتين هـ و ر
 بان يلاحظ ان في المثلثين ر ط هـ و ر ط ر راوية ر ط هـ =
 راوية ر ط ر وان الراوية هـ ر ط متممة للراوية ط ر ر يكون
 هـ ر : ر : :: هـ ط : ط ر (كما تقرر ذلك في المطرية السادسة
 والدلائل)

ويجوز ايضا ان المثلثين ا ط هـ و ح ط ر ان

ا هـ : ح ر : :: هـ ط : ط ر

وحيث تقرر في المقالة الثانية ان

ا هـ = هـ ر و ح ر = رـ

يعلم من ذلك ان

هـ ط . ط ر : :: هـ ط : ط ر

وان النقطة ط هي النقطة ط بعينها وان القطر هـ ر يمر بنقطة

تقاطع المستقيمين رـ و ا ح .

وبمثل هذا يبرهن على ان القطر ح و يمر ايضا بنقطة تقاطع المستقيمين

المدكورين رـ و ا ح

فقد ثبت بهذا ان الخطوط المستقيمة الاربعة وهي هـ ر و ح و رـ و ا ح

و رـ تتقاطع في نقطة واحدة وهو المطلوب .

(الدعوى الاربعون النظرية شكل ٦ من اللوحة ١٧)

اذا وقعت نقطة مثل ح على مستقيم معلوم مثل ا ر وكانت ا ح : ح ر

اللوحة ١٧ يرى انه متوافق التقسيم في المقتطين - و ا وان
المقتطين - و د ايضا متوافقي الاقتران في الخط ا -
وبالحلة فالمستقيم المصفر لراوية مثلث والمستقيم المصفر لمجاورة
الصلع المقابل لهما متوافق التقسيم

(التبنيه الثاني)

اداءت نقطة مثل ا على قطر دائرة مثل القطر د - (كما في الشكل ٦
من اللوحة ١٧) وكان المطلوب اتحاد المقتطة المتوافقة الاوران بها
في الخط د - فطريقة ذلك ان يوصل مستقيمان من نقطة من المحيط
مثل ك الى المقتطين ا و د ثم تنشأ راوية د - ك - = ا - ك -
فتكون المقتطة - متوافقة الاقتران بالمقتطة ا ويمثل هذه العملية
تعبير المقتطة ا اذا كانت المقتطة - معلومة

(التبنيه الثالث)

يمكن ايضا إيجاد المقتطة - بان يمد من المقتطة ا المماس ا - ع ثم يبرل
من المقتطة - عمود على القطر د - فمقطع في المقتطة المطلوبة
لانه لو وصل د - لكات الراوية ا - د = للراوية - د - كما
تقرر ذلك في المقالة السابعة

(الدعوى الحادية والاربعون بطريقة شكل ٨ من اللوحة ١٧)
اذا اخذت نقطة مثل ح في مستوى مثلث مثل ا - د - و ابرل منها اعمدة
مثل ح - د - و ح - ه - و ح - ع - على اصلاعه - د - و د - ا - و ا - د -
كان مجموع مربعات الاضلاع الثلاثة غير المتجاورة مثل ح - ه - و د -
و او مساويا لمجموع مربعات الاضلاع الثلاثة الاخرى ا ه - و ح - د -
و - د - اعني ان

$$ح - ه - + د - د - + ا - ا - = ا - د - + ا - ه - + ح - د -$$

(برهانها) ان يقال لو وصل ح - ا لحدث

(التسمية الاولى في سائر فصول لارميه) *

اذا قسم مستقيم مثل AB الى حزين مثل AC و CB كما في الشكل ٧ من اللوحة ١٧ باى كيفية كانت سمي هذان الجران بقسمي المستقيم AB وايضا اذا اخذت نقطة مثل D على استقامة AB فالجران AD و DB يسميان ايضا بقسمي المستقيم AB وقسمي الحالة الاولى الى فيها نقطة التقسيم موضوعة بين المقطعين A و B ييران بالقسمين الجعيين وقسمي الحالة الثانية الى التي فيها المقطة المذكورة على استقامة AB لاين طرفيه ييران بالاعين الطرفين ولوقسم المستقيم AB في نقطة C بحيث يكون $AC : CB = m : n$ وتحصل ايضا من تعيين النقطة D عليه متناسبة بهذه الصورة $AD : DB = m : n$. AB كـن المستقيم . AB متوافق التقسيم في المقطعين C و D وكانت المقطعتان C و D متوافقتي الاقتران بالنسبة للمستقيم AB . ولاشرا هذه النسبة $m : n$ في المتناسبتين السابقتين يكون

$$AD : DB :: AC : CB$$

وتعير محل الوسطى يكون

$$AD : AC :: DB : CB \quad (1)$$

ونعلم من هذه المتناسبة ان الخط CD متوافق التقسيم ايضا في المقطعين C و D وان المقطعين C و D متوافقتي الاقتران في الخط CD راداسووي حاصل ضرب طرفي المتناسبة (١) محاصل ضرب وسطيهما

$$AD \times CB = AC \times DB$$

ونعلم من هذه المعادلة انه اذا كان المستقيم متوافق التقسيم كان حاصل ضرب الخط الكلي في جزئه المتوسط مساويا لحاصل ضرب جزئه المتطرفين

واذا نظر للخط CD الذي هو قطر الدائرة المربوعة في الشكل ٦ من

اللوحة

فلا عمة المقامة على اصلاص المثلث من المقط د و ه و و تتقاطع
في نقطة واحدة

لانه ان قبل قد لا تتقاطع في نقطة واحدة يقال لو ارل من المقطة ح التي
هي تقاطع العمودين ح د و ح ه عمود على ا ب لقطع في و
ويلزم من هذا ان يكون

$$\overline{ح ه} + \overline{س د} + \overline{ا و} = \overline{ا ه} + \overline{د س} + \overline{و ر}$$

ولو طرح هذه المعادلة من المعادلة المعروضة لحدث

$$\overline{ا و} - \overline{ا و} = \overline{و ر} - \overline{و ر} = \overline{ا و} - \overline{ا و}$$

$$\overline{ا ر} + \overline{و ر} = \overline{ا و} + \overline{و ر}$$

وهذه معادلة محالة لان ا و اصغر من ا و و و اصغر من و و

(التببيه الثاني)

اعلم ان هذه الطريقة يمكن تطبقها على الشكل الرابع وعلى اى مصلع مستو
واما ما ذكر في التببيه الاول ولاية اتي الا في المثلث فقط

١٧ (الدعوى الثانية والاربعون الطريقة شكل ٩ من اللوحة ١٧)*

اذا قطع مثلث مثل ا ب ج بقاطع مثل و ه ه حدث

$$\overline{ا و} \times \overline{س د} \times \overline{ه ه} = \overline{و ر} \times \overline{د س} \times \overline{ا ه}$$

(برهانها) ان يقال لو مت من المقطة ر مستقيم مثل س س يوازي

ا ج لحدث

$$\overline{ا و} : \overline{و ر} :: \overline{ا ه} : \overline{س س} \quad و$$

$$\overline{س د} : \overline{د س} :: \overline{س س} : \overline{ه ه}$$

وقد تقرر في علم الحساب انه اذا ضربت حدود متساسة هندسية في نظائرها

من متساسة اخرى كانت الحواصص الناتجة متناسبة فادن يكون

$$\overline{ا و} \times \overline{س د} : \overline{و ر} \times \overline{د س} :: \overline{ا ه} \times \overline{س س} : \overline{س س} \times \overline{ه ه}$$

$$\overline{ح} = \overline{ه} + \overline{أ}$$

$$\overline{ح} = \overline{و} + \overline{أ}$$

فيخرج من هاتين المعادلتين ان

$$\overline{ح} + \overline{ه} = \overline{ه} + \overline{أ} + \overline{و} + \overline{أ} \dots\dots (١)$$

ولو وصل ح - و ح حدث ايضا

$$\overline{ح} + \overline{ه} = \overline{ه} + \overline{و} + \overline{أ} + \overline{أ} \dots\dots (٢)$$

$$\overline{ح} + \overline{و} = \overline{و} + \overline{أ} + \overline{أ} \dots\dots (٣)$$

من المعادلة (١) ينتج ان

$$\overline{و} = \overline{ح} - \overline{ه} + \overline{أ} - \overline{أ}$$

ومن المعادلة (٢) ينتج ان

$$\overline{و} = \overline{ح} - \overline{و} + \overline{أ} - \overline{أ}$$

ومن المعادلة (٣) ينتج ان

$$\overline{و} = \overline{و} - \overline{و} + \overline{أ} - \overline{أ}$$

فلو جمعت هذه المعادلات الثلاث بالترتيب واختصرت حدود حاصل الجمع لحدث

$$\overline{ح} + \overline{ه} + \overline{و} = \overline{و} + \overline{ه} + \overline{أ} + \overline{و} + \overline{أ} - \overline{و} - \overline{و}$$

وبمثل هذا يبرهن على ان هذه الطريقة صحيحة ولو كانت النقطة ح خارجة

عن المثلث (كما هو مبين في الشكل ٨ الثاني من اللوحة ١٧)

* (تنبيهان) *

الاول اذا قسمت اصلاح مثلث في القسط و ه و و وكان

$$\overline{ح} + \overline{و} + \overline{و} = \overline{و} + \overline{و} + \overline{أ} + \overline{و} - \overline{و} - \overline{و}$$

و مستقيم هـ ك يوارى ا ب لحداثهما متساويات وحيث كان
 للمثلثين ا ب د و ا ب د ارتفاع مشترك يكون
 $ا ب د : ا ب د :: د ب : د ب$
 ويلزم من اشتراك الارتفاع في المثلثين د ب د و د ب د ان يكون
 $د ب د : د ب د :: د ب : د ب$
 فينتج من ذلك أن

ا ب د . ا ب د :: د ب : د ب
 وعمل هذا يبرهن على ان

د ب د : ا ب د :: د ب : د ب
 ا ب د : د ب د :: ا ب د : د ب د

فلو ضربت حدود هذه المتساويات بالترتيب لحداث
 $ا ب د \times د ب د : ا ب د \times ا ب د :: ا ب د \times د ب د : ا ب د \times د ب د$
 $د ب د : د ب د :: ا ب د : ا ب د$
 ويلزم من كون ا ب د - ا ب د $\times د ب د = ا ب د \times د ب د$
 $\times د ب د$ ان يكون
 $د ب د \times د ب د = ا ب د \times ا ب د$
 وهو المطلوب

* (التبعية الثاني) *

اعلم ان هذه الطريقة صحيحة ولو كانت النقطة ح خارجة عن المثلث
 وفي هذه الحالة توجد احدى نقط التقاطع على احد اضلاع المثلث والنقطة
 الاخرى على امتداد الصلبي الاخرين كما هو مبين في الشكل ١٠
 الثاني و ١٠ الثالث من اللوحة ١٧

* (الدعوى الرابعة والاربعون الطريقة) *

اذا قسمت اضلاع مثلث بثلاث نقط وكان حاصل ضرب الاجزاء الثلاثة غير
 المتجاورة مساويا لحاصل ضرب الاجزاء الثلاثة الاخرى كانت المقطع الثلاث

ويقسمه حدى السمة النائية على المضروب المشترك - ع يكون

$$أ \times ر : ر \times و : ر \times د :: أ ه : ح ه$$

ومن هذه المتساسة ينتج أن

$$أ \times ر \times د \times ح ه = ر \times و \times د \times أ ه$$

وهو المطلوب

* (تنبيه)

اعلم أن هذه الطريقة صحيحة ولو قطع هـ و امتدادات الاضلاع ا ح

و د - و ا - وليس هناك حالة اخرى

* (الدعوى الثالثة والاربعون الطريقة شكل ١٠ من اللوحة ١٧) *

اذا احدث نقطة مثل ح في مستوى مثلث مثل ا - د ووصل منها

لرؤس ا و د - و خطوط مستقيمة ح ا و ح - و ح د

ومدت حتى قطعت اضلاع المثلث في نقط مثل د و ه و و ح لث

$$أ \times ر \times د \times ح ه = ر \times و \times د \times أ ه$$

(برهانها) ان يقال يلزم من كون المثلث ا - د - ه مقطوعا بالقاطع ح د و

ان يكون

$$أ \times ر \times د \times ح ه = ر \times و \times د \times أ ه$$

ومن كون المثلث ا د و مقطوعا بالقاطع ح د ان يكون

$$د ه \times ر \times د \times أ ه = أ ه \times ر \times د \times ح ه$$

فلو ضربت هاتان المعادلتان واخضرت حدود حاصل الصرب لحدث

$$أ \times ر \times د \times ح ه = ر \times و \times د \times أ ه$$

وهو المطلوب

* (تنبيهان)

الاول يمكن ان يبرهن على صحة هذه الطريقة بطرق اخرى لا تنبئ على النظرية

السابقة

وبيان ذلك ان يقال لو مد من النقطة هـ مستقيم هـ ع يوارى ح د

ومستقيم

اكن القاطع الثاني موازياً للقاطع الاول هـ
واما اذا كان القاطع الثاني كيعما اتفق مثل هـ
مستقيم مثل هـ هـ هـ هـ هـ هـ هـ هـ هـ هـ
وا في هـ و ا في هـ لحدث

هـ : هـ : هـ و
هـ : هـ : هـ والمفروض أن
هـ : هـ : هـ
تأن هـ = هـ

هـ موازياً للقط ا هـ ان يكون

هـ : هـ : هـ و
هـ : هـ : هـ
= هـ ان يكون
هـ : هـ : هـ

قيمة الاربعة وهي ا هـ و ا هـ و ا هـ و ا هـ
واقعية والمستقيمين ا هـ و ا هـ
ا هـ و ا هـ وكذا عكسه
* (تبيان) *

حزمة توافقية من الخطوط المستقيمة الاربعة وهي
و ا هـ اذا كان البعد المحصور بين النقطة هـ
و المستقيم المار بالنقطة هـ والمرارى للمستقيم
بين النقطة هـ ونقطة تلاقي الموارى المذكور
اكن هـ = هـ هـ هـ هـ هـ هـ هـ هـ هـ هـ
ا هـ و ا هـ حزمة توافقية لانه قد يقرر ان

على مستقيم واحد واصل من تلك النقطة الى رؤس المثلث خطوط مستقيمة
بقاطعت هذه الخطوط في نقطة واحدة فالخاصية الاولى تقع عندما يكون
عدد المقط المعروضة على اصلاع المثلث عددا زوجيا وعدد المقط المعروضة
على امتداداتها عددا فرديا والخاصية الثانية تقع عندما يكون عدد المقط
المعروضة على اصلاع المثلث عددا فرديا وعدد المقط المعروضة على
امتداداتها عددا زوجيا

(ورهان) هذه النظرية كالمقرر في النظرية الحادية والاربعين فتأمل

(تدبرها)

الاول اعلم ان السبب الموح لتقرير هذه النظريات هما وكثرة استعمالها
في البرهنة على كثير من النظريات المهمة وحل كثير من العمليات

(التبسة الثاني)

اعلم ان من النظريات المقربة في ملحقات المقالة الاولى ما يمكن الرهمة عليه
بواسطة ما تقر في النسخة الاول من النظرية الحادية والاربعين وهي نظرية
٣٣ ونظرية ٣٤ ومهما يمكن الرهمة عليه بواسطة النظرية الرابعة
والاربعين الى نحن نصددها وهي نظرية ٣٢ ونظرية ٣٥ لكن
المقصود من وضع النظريات في الملحقات الرهمة عليها بواسطة نظريات
مقررة في مقالة تلك الملحقات فقط

(الدعوى الخامسة والاربعون النظرية شكل ١١ من اللوحة ١٧)

اذا اخرجت اربع خطوط مستقيمة مثل ا ب و ا د و ا ه و ا ه
من نقطة واحدة مثل ا وقطعت مستقيما مثل ر ه في نقط مثل

ر د و ر ه و ر ه وكان

ر ه : ر ه :: ر د : ر د

فهذه الخطوط تقسم اي خط مستقيم قطعه الى اقسام توافقية سواء كان

ذلك الخط موازيا للخط ر ه او غير مواز له مثل ر ه بحيث يكون

ر ه . ر ه :: ر د . ر د

(برهانها)

* (تسهيان) *

الاول اذا مد من النقطة ح بجهة خطوط مستقيمة ووصلت اقطار الاشكال
الرابعة المتحصلة كانت نقط تقاطع تلك الاقطار على خط مستقيم واحد
هو المستقيم الاقتراني للنقطة ح بالنسبة للخطين ا - و ا ح
الثاني حين تكون النقطة المعلمة ح خارجة عن الراوية يكون المستقيم
الاقتراني داخلها وحين تكون النقطة ح داخلها يكون المستقيم الاقتراني
خارجها

* (الدعوى السابعة والاربعون السطرية) *

* (شكل ١٣ من اللوحة ١٧) *

اذا اخذت نقطة مثل ا في مستوي دائرة ومد منها قواطع مثل ا - ح
ومد من نهايتي كل وتر حاصل من تلك القواطع كنهايتين س - و و د
مستقيمان مماسان لمحيط الدائرة مثل س د و ح د المقاطعان في د
جميع النقط المتحصلة بالقياس التي تحصلت بها النقطة د تكون على
مستقيم واحد

(برهانها) ان يقال لو وصل القطر ا ح وانزل من النقطة د العمود
د ه على القطر ا ح لكات المنقط الثلاث وهي س - و د و ه
على محيط الدائرة الذي قطره د ح فاذن يكون

$$ا - د \times ا ح = د ه \times ا ح$$

ولو فرض انه مد من النقطة ا مستقيم قاطع للمحيط في نقطتين رمر

احدهما س و رمر الاخرى ح لتحصل ايضا

$$ا - د \times ا ح = ا ه \times ا ح$$

و (هـ) ومن لموقع العمود المبرل على ا ح من نقطة تقاطع مماسين اخرين
وقد تقررى النظرية الثلاثين أن

$$ا - د \times ا ح = ا ه \times ا ح \quad \text{فاذن يكون}$$

$ر د : د ح :: ر ص : ا ح$ وان
 $ر ه : د ه :: ر س : ا ح$
 وحيث كان $ر ص = ر س$ ينتج من هاتين المستقيمتين أن
 $ر د : د ح :: ر ه : د ه$
 وهذه المتناسبة ثبتت توافق القسمة وهو المطلوب
 - (التنبية الثاني) *

قد لا يعتبر الانقطة مثل $ر$ على احد هذه الخطوط المستقيمة وحيث تدعى
 النقطة $ر$ والمستقيم $ا ح$ نقطة ومستقيما اقترابين
 * (الدعوى السادسة والاربعون النظرية شكل ١٢ من اللوحة ١٧) *
 اذا احدثت نقطة مثل $ح$ في مستوي راوية مثل $ر ا ح$ ودمنها قاطعان
 مثل $ح د$ و $ح ه$ المماس للشكل الرباعي $ر ح د ه$ كانت نقطة
 تقاطع قطريه وهى $و$ على المستقيم التوافقى الاقترانى للنقطة $ح$ بالنسبة
 للمستقيمين $ا ر$ و $ا ح$
 (رهاها) ان يقال يلزم من كون اضلاع المثلث $ا ر ح$ مقطوعة بالقاطع
 $ح د ه$ ان يكون

$ح د \times ا ه \times ر د = ح د \times ر ه \times ا د$
 ولو وصل $ا و$ الذى يقطع $ح د$ فى $و$ و $ح ه$ فى $ص$ لظهر ان
 الخطوط المستقيمة الثلاثة وهى $ح د$ و $ر ه$ و $ا د$ متقاطعة فى نقطة
 واحدة هى $و$ ويلزم من هذا ان يكون

$ح د \times ا ه \times ر د = ح د \times ر ه \times ا د$
 فاد ا قسمت هذه المعادلة على الساقطة كل طرف على نظيره وحذفت المصاريب
 المشتركة حدث

$\frac{ح د}{ر د} = \frac{ح د}{ر ه}$
 هادى يكون $ا و$ هو المستقيم الاقترانى للنقطة $ح$ بالنسبة للمستقيمين
 $ا ر$ و $ا ح$ وهو المطلوب

العمود $د ه$ منصفاً للزاوية $د ه ح$ ويلزم من
 $د ح$ متوافق القسم في المقطعين $ا و$ $ع$ وهو

بوي السامة والاربعون النظرية *

(شكل ١٤ من اللوحة ١٧)

١ في مستوى دائرة ومتمهما قواطع مثل $ا ح$

$س ح$ و $س و$ فقط التقاطع التي مثل $ع ا$

هذه الخطوط منى يكون على مستقيم واحد

٢ لو مد من المقط $س و ح$ و $س و ح$ خطوط

رة ووصل $ص ه$ ثم للرمان تكون النقطة $ع$ على

كأنقر ذلك في النظرية التاسعة والملائي

الساقية انه ادا مدت قواطع اخر كال المستقيم الموصل

بات الجديدة هو $ص ه$ بعينه وكانت نقطة المقاطع

طوط المستقيمة التي مثل $س ح$ و $س و$ على $ص ه$

قط التي مثل $ع$ على خط مستقيم وهو المطلوب

الذي يصل بين المقطعين $س و$ $س ح$ يقطع الذي يصل

$ح$ في نقطة من المستقيم $ص ه$ بعينه وببرهن

(تبينات)

١ النقطة المعلومة خارجة عن الدائرة فالخط الذي يشتمل

مثل $ع$ يقطع الدائرة وحين تكون النقطة المعلومة

المستقيم المد كور خارجها

٢ المستقيم والنقطة الذين هما في النظرية ٤٥

و ٤٨ بالخط الاقتراني والنقطة الاقترانية هما المسميان

أه = أه و يعلم من ذلك ان موقع العمود المبرل على أ ح من نقطة تقاطع المماسين الخديدين يقع في النقطة هـ حيث يجمع النقطتين المثل د تكون على العمود المماس على القطر أ ح من النقطة هـ التي تتعين بهذا الارتباط

$$أه = \frac{أد \times أ ح}{أ ح} = \frac{أد}{أ ح}$$

و أك هو المماس الممتد من النقطة ك أي ان بعد النقطة هـ عن النقطة أ يساوي الثالث المتناسب مع الخطين أ ح و أك

(تنبيهات) *

الاول حين تكون النقطة المعروضة أ خارجة عن الدائرة فالخط د هـ يقطع هذه الدائرة وحين تكون النقطة أ داخل الدائرة فالخط د هـ يكون خارجها

التالي اعلم ان النقطة ك التي هي نقطة تماس الدائرة بالمماس الممتد من النقطة أ تكون على المستقيم د هـ لان بعد النقطة أ عن موقع العمود المبرل من النقطة ك على أ ح هو ايضا ثالث متناسب مع المستقيمين أ ح و أك

الثالث بما تنضي تنبيهه الثالث من الطريقة الاربعين يكون القطر سه متوافق القسمة في المقتطين أ و هـ

الرابع الوتر د هـ متوافق القسمة ايضا في المقتطين أ و هـ لانه لو وصل سه و هـ لحدث

$$أ د : د هـ :: أ هـ : هـ هـ$$

$$أ ب : ب هـ :: أ هـ : هـ هـ$$

فيصح من هاهنا التناسبتين ان

$$أ د : د هـ :: أ ب : ب هـ$$

$$أ د : أ ب :: د هـ : ب هـ$$

فيعلم من ذلك ان أه هو الخط المنصف للزاوية سه و المنحمة للزاوية

* (في الدعوى العملية المتعلقة بالمقالة الثالثة) *

* (الدعوى الاولى الع-ماية) *

شكل ١٣٧ الاول والثاني والثالث و ١٣٨ الاول والثاني والثالث
اذا كان المطلوب تقسيم مستقيم محدود مثل المستقيم AB الى اقسام
متساوية قدر ما يراد فذلك طريق

* (الطريقة الاولى) *

ان يرسم من احدى نهايتي الخط مستقيم غير محدود مثل AL يصنع مع
المستقيم المعلوم زاوية كما مثل LAB ثم يؤخذ من المستقيم AL بعد
كف اتفق مثل AD ويكرر على المستقيم AL بقدر عدد الاقسام المطلوبة
ثم يوصل مستقيم بين نهاية القسم الاخير والنهاية الاخرى من المستقيم المعلوم
ويرسم من النقطة D مستقيم يوازي LE فيعين على المستقيم المعلوم قسم
مثل AC يساوي احد الاقسام المطلوبة
فإذا كان المطلوب تقسيم المستقيم AB الى خمسة اقسام متساوية مثلاً
يكرر العدد AD على المستقيم AL خمس مرات اي يؤخذ العدد $5D$
 $= 7A$ والعدد $5E = 7D$ و $5H = 7E$ و $7O = 7H$ وهـ
ثم يوصل المستقيم $7R$ ويرسم من النقطة D مستقيم $7C$ يوازي
 $7R$ فيكون $AC = \frac{1}{5}AB$

وهذه الطريقة مؤسسة على الطريقة الخامسة عشر

* (الطريقة الثانية شكل ١٣٧ الثاني) *

ان يرسم من النهاية A مستقيم غير محدود مثل AL يصنع مع المستقيم
المعلوم AB زاوية كما يرسم من النهاية B مستقيم آخر غير محدود
كذلك مثل BL يوازي المستقيم AL ويضاده في الاتجاه بحيث يصنعان
مع المستقيم AB زاويتين متبادلتين داخليتين متساويتين ثم يؤخذ بعد كيف
اتفق مثل AD ويوضع على AL بالابتداء من النهاية A وعلى المستقيم

عند بعض المؤلفين بالقطين العكسيين ولهمذين القطين خواص احرمهم
حدا مشرحة في الدروس الهندسية التي ألهاها المهندس بويلير
لناث اعلم أن السبب الموجب لتقرير هذه المطريات عقب المقالة الثالثة
وان كثيرا من المسائل المقررة في المحقات يتوقف حلها عليها

* (الطريقة الاولى شكل ١٣٨) *

ان يرسم من النقطة ا مستقيم غير محدود مثل ار يصنع مع المستقيم
المعلوم راوية ما ثم يؤخذ عليه بعد ا ح = د وبعد د م
وبعد د ه = ل ويوصل ه - ثم يرسم من النقطة د مستقيم د و
يوازي ه - ويرسم من النقطة د مستقيم د ح يوازي ه -
فيقسم المستقيم ا - الى الاقسام المطلوبة
لانه يلزم من كون الخطين ا - و ا ه مقطوعين بالتوازيات د ح
و د و ه - ان يكون

$$ا ح : ا د :: ح و : د د :: د و : د ه$$

كما تقرر ذلك في الطريقة الخامسة عشر

وحيث كان ا ح = د و د م = م و د ه = ل يكون
ا ح : د :: ح و : م :: د و : ل وهو المطلوب

* (الطريقة الثانية شكل ١٣٨ الثالث) *

ان يرسم من الهاية ا مستقيم غير محدود مثل ار يصنع مع المستقيم
المعلوم ام راوية ما ثم يرسم من الهاية - مستقيم يوازي ار ويضاده
ثم يؤخذ البعد ا ح = د والبعد د م = م والبعد د ه = ل
ويؤخذ ايضا البعد د ز = د ه = ل والبعد د ح = د
م والبعد د آ = ا ح = د ثم يوصل ا آ و د ح و د ز
وه - فتكون الاقسام المطلوبة هي ا ح و ح و و - وهذه
الطريقة مختارة عن سابقتها

* (تنبيه) *

اذا علم مستقيم محدود مثل ا - وكان المطلوب تقسيمه الى قسمين نسبة
احدهما الى الاخر كنسبة طول معلوم مثل م الى طول آخر معلوم
كذلك مثل د فطريقة ذلك ان يرسم من النقطة ا مستقيم غير محدود

سَلَّ بالابتداء من ب ويكرر خمس مرات على كلهما

اي يؤخذ دد = ح ا و هـ = د د و وهـ = هـ و س و
 = وهـ ثم يؤخذ هـ و = و ب و د هـ = هـ و ح د = د هـ
 و آ د = ح د ثم يوصل ا ا و ح ح و د د و هـ هـ و و و س
 فيقسم المستقيم المعلوم ا ب الى خمسة اقسام متساوية اعني ان اقسام ا ب
 و ح ط و ط ب و س و س ك و ك ب متساوية وهذه الطريقة
 احسن من الاولى واكثر منها استعمالا

(الطريقة الثالثة شكل ١٣٧ الثالث)

ان يرسم على المستقيم المعلوم ا ب مثلث متساوي الاضلاع مثل ح ا ب
 ويؤخذ على احد اضلاعه مثل ا د بعد كيف اتفق مثل د و يمتد ح ا
 على استقامة جهة ا (ان احتج لمدته) ويكرر د د خمس مرات اي
 يؤخذ العدد ح ا = ٥ د ثم يرسم على ح ا مثلث متساوي
 الاضلاع ح ا ب ويؤخذ العدد ح ا = د والعدد ط ب = ح ا
 و س ط = ط ب و ك س = س ط ثم يوصل ح ح و ح ط
 و ح س و ب ك فيقسم الخط ا ب الى خمسة اقسام متساوية وهي
 د ح و ح ط و ط ب و س ك و ك ب
 لانه قد تقر في المطرقة الثانية والعشرين انه اذا وصل من رأس مثلث الى
 قاعدته خطوط مسقيمة قدر ما يراد بهذه الخطوط تقسم قاعدة المثلث وما
 واراها الى اجزاء متساوية وانه اذا تقدمت القاعدة الى اجزاء متساوية
 ينقسم ما واراها الى اجزاء متساوية

و اذا كان المطلوب تقسيم المستقيم ا ب الى اقسام مناسبة لاطوال
 معلومة مثل د و م و ل فاذلك طريقان

(الطريقة)

فالطريقة ان يقسم المستقيم المعلوم الى ثلاثة اقسام متساوية وبذلك واحد
تلك الاقسام سبع مرات فيحصل المطلوب

* (الدعوى الثانية العملية) *

* (شكل ١٣٩ الاول والثاني والثالث) *

اذا علمت ثلاثة خطوط مستقيمة مثل a و b و c وكان المطلوب
ايجاد مستقيم يكون رابعا متساويا مع الخطوط المعلومه فلدلك طرف
* (الطريقة الاولى) *

ان ترسم زاوية مثل $هـ د و$ ثم يؤخذ على $هـ د$ البعد $د ر = a$ والبعد
 $د ح = b$ وعلى $د و$ يؤخذ $د ع = c$ ثم يرسم من النقطة
 $ح$ مستقيم مثل $ح ط$ يوازي $ر هـ$ فيكون $ح ط$ هو الرابع المتناسب
المطلوب

لانه يلزم من كون الخط $ح ط$ موازيا للخط $ر هـ$ ان يكون
 $د ر : د ح :: د ع : ح ط$

وحيث كان $د ر = a$ و $د ح = b$ و $د ع = c$ يكون
 $a : b :: c : ح ط$ والمطلوب ان يكون

$a : b :: c : ح ط$

فاذن يكون $ح ط$ وهو المطلوب

* (الطريقة الثانية شكل ١٣٩ الثاني) *

ان ترسم زاوية مثل $هـ د و$ ثم يؤخذ على $هـ د$ البعد $د ر =$
البعد a وحاجبه $د ح = b$ ويؤخذ على $د و$ البعد $د ع = c$
ثم يوصل $ر ع$ ويرسم من النقطة $ح$ مستقيم $ح ط$ يوازي $ر ع$
فيكون $ح ط$ هو الرابع المتناسب المطلوب

لانه يلزم من كون الخط $ح ط$ موازيا للخط $ر ع$ ان يكون
 $د ر : د ح :: د ع : ح ط$

وحيث كان $د ر = a$ و $د ح = b$ و $د ع = c$ يكون
 $a : b :: c : ح ط$ والمطلوب ان يكون

مثل ال كما في الشكل ١٣٨ الثاني ويؤخذ عليه $ا = م$ ثم يرسم من النقطة $س$ مستقيم غير محدود مثل $س د$ وعليه يؤخذ $س د = ح$ ثم يوصل $د ح$ فيقسم المستقيم $ا د$ في النقطة $ع$ الى القسمين المطلوبين اعني ان

$$ا : ح :: ح : م :: م : د$$

لانه يلزم من كون الراوية $ا = س$ و $ا ح = س د$ ان تكون الراوية $ا د = س د$ وان يكون الثلث $ا د ح$ مشاهلا لثلث $س د ح$ ويلزم من تشابههما ان يكون

$$ا : ح :: ح : د :: د : س$$

وحيث كان $ا د = م د$ و $س د = د$ يكون

$$ا : ح :: ح : م :: م : د$$
 وهو المطلوب

(مثالان)

(المثال الاول)

ان يكون المطلوب تقسيم مستقيم محدود الى ثلاثة اجزاء مناسبة لثلاثة اعداد معروفة مثل ٢ و ٣ و ٤

فالطريقة ان يقسم المستقيم المعلوم الى اجزاء متساوية عددها $٢ + ٣ + ٤ = ٩$ اي يقسم الى اجزاء متساوية عددها يساوي مجموع الاعداد المفروضة ثم يؤخذ القسم الاول مع الثاني لتكوين الجزء الاول من الاجزاء المطلوبة ويؤخذ القسم الثالث والرابع والخامس لتكوين الجزء الثاني وما بقي من الخط يكون هو الجزء الثالث

(المثال الثاني)

ان يكون المطلوب ايجاد حاصل ضرب مستقيم محدود في كبير معين كالكبير

$$\frac{٧}{٢}$$

فالطريقة

$$ق \times ع = ق \times س$$

وقد تقر في علم الحساب انه اذا كان حاصل ضرب كيتين مساويا لحاصل ضرب كيتين يتركب من الكميات الاربع متناسبة هندسية طرفاها كيتا احد الحاصلين ووسطاها كيتا الحاصل الاخر فادن يكون

$$ق : ق :: ع : س$$

فيعلم من هذه التناسلة ان ارتفاع المستطيل المطاوب هو الرابع المتناسب الهندسي للخطوط الثلاثة المعلومة التي هي $ق$ و $ق$ و $ع$ فاذا اجريت عملية استخراجهم لم يبق الا عملية انشاء المستطيل الذي علم كل من قاعدته وارتفاعه وقد ذكرنا عملية ذلك في الدعوى الثانية عشر العملية من المقالة الثانية

* (المثال الثاني) *

ان يكون المطاوب انشاء مستطيل على خط معلوم تكون مساحته مساوية لمساحة مثلث مفروض فطريقة ذلك ان يرسم بالحرف $م$ للمثلث المقروص وبالحرف $ق$ لقاعدته وبالحرف $ع$ لارتفاعه وبالحرف $م$ للمستطيل المطاوب وبالحرف $ق$ لقاعدته المساوية للخط المعلوم وبالحرف $س$ لارتفاعه المطاوب ثم يقال حيث ان كل مثلث مساحته تساوي حاصل ضرب قاعدته في نصف ارتفاعه وكل مستطيل مساحته تساوي حاصل ضرب قاعدته في ارتفاعه يكون

$$م = ق \times \frac{1}{2} ع \quad و \quad م = ق \times س$$

وحيث كان المطاوب ان يكون $م = ق \times س$ يلزم ان يكون

$$ق \times \frac{1}{2} ع = ق \times س$$

وهذه المساوية يمكن وضعها بهذه الصورة

$$ق : ق :: \frac{1}{2} ع : س$$

$$أ : ب :: د : هـ$$

فأذن يكون $هـ = ع$ ط وهو المطلوب

(الطريقة الثالثة شكل ١٣٩ الثالث)*

ان يرسم مستقيم غير محدود مثل $د هـ$ ثم يؤخذ عليه العدد $د ر = أ$
و $د ع = ب$ ثم يرسم من النقطة $ر$ مستقيم غير محدود مثل $ر ك$
يصنع مع المستقيم $د هـ$ زاوية ما ثم يؤخذ العدد $ر ع = د$ ثم يوصل
 $د ع$ ويمتد من النقطة $ع$ مستقيم مثل $ع ط$ يوازي $ر ع$ فيكون
 $ع ط$ هو الرابع المتناسب المطلوب

لانه يلزم من كون الخط $ع ط$ موازيا للخط $ر ع$ ان يكون

$$د ر : د ع :: ر ع : ع ط$$

وحيث كان $د ر = أ$ و $د ع = ب$ و $ر ع = د$ يكون

$$أ : ب :: د : ع ط$$

$$أ : ب :: د : ع ط$$

فأذن يكون $هـ = ع$ ط وهو المطلوب

(امثله)*

(المثال الاول)*

ان يكون المطلوب انشاء مستطيل على خط معلوم بحيث تكون مساحته
مساوية لمساحة مستطيل معلوم وطريقة ذلك ان يرسم بالحرف $ق$ لقاعدة
المستطيل المعلوم وبالحرف $ع$ لارتفاعه وبالحرف $ق$ للخط المعلوم
الذي يفرض قاعدة للمستطيل المطلوب وبالحرف $هـ$ لارتفاعه ثم يقال
حيث ان كل مستطيل مساحته تساوى حاصل ضرب قاعدته في ارتفاعه
يكون

$$م = ق \times ع \text{ و } م = هـ \times ق$$

وحيث كان المطلوب ان يكون $م = هـ$ يلزم ان يكون

$$ق \times ع$$

لقاعدته وبالحرف ع لارتفاعه وبالحرف م لمساحة المثلث المطلوب
وبالحرف ق لقاعدته المعلومة وبالحرف س لارتفاعه المطلوب
ثم يقال حيث ان كل مثلث مساحته تساوى حاصل ضرب قاعدته في نصف
ارتفاعه يكون

$$م = ق \times \frac{1}{2} ع \text{ و } م = ق \times \frac{1}{2} س$$

وحيث كان المطلوب ان يكون م = م يلزم ان يكون

$$ق \times \frac{1}{2} ع = ق \times \frac{1}{2} س$$

وهذه المتساوية يمكن وضعها بهذه الصورة

$$ق : ق :: \frac{1}{2} ع : \frac{1}{2} س \text{ أو } ق : ق :: ع : س$$

$$ق : ق :: ع : س$$

فيعلم من هذه المتساوية ان ارتفاع المثلث المطلوب هو الرابع المتناسب

الهندسى للخطوط الثلاثة المعلومة التى هى ق و ع و س

• (الدعوى الثالثة العملية شكل ١٢٧ الثانى) •

اداعلم خطان مستقيمان مثل م و د وكان المطلوب ايجاد الثالث
المتناسب معهما اى ايجاد خط مستقيم مثل س يكون هو الطرف الثانى
من متساوية هندسية حدها الاول مسين بالخط م ووسطاها متساويان
وكلاهما مسين بالخط د فلذلك طرق

• (الطريقة الاولى) •

ان يرسم مستقيم غير محدود مثل ا س ويتخذ ا ب = م ويرسم
على هذا المستقيم نصف محيط دائرة ثم تؤخذ قطعة بالبيكار بقدر المحيط د
ويركز النقطة ا ويرسم قوس دائرة يقطع نصف المحيط فى نقطة مثل ح
ثم يزل من النقطة د العمود د ز على ا س فيكون المستقيم

فيعلم من هذه المتساسة ان ارتفاع المستطيل المطلوب هو الرابع المتناسب
 الهندسي للخطوط الثلاثة المعلومة التي هي $ق$ و $و$ و $\frac{1}{ق} ع$
 * (المثال الثالث) *

ان يكون المطلوب انشاء مستطيل على خط معلوم يكافئ شبه منحرف معروض
 بطريقة ذلك ان يرسم بالحرف $م$ مساحته شبه المنحرف المعروض
 وبالحرف $ص$ لقاعدته الصغرى وبالحرف $ك$ لقاعدته الكبرى
 وبالحرف $ع$ لارتفاعه وبالحرف $م$ مساحة المستطيل المطلوب
 وبالحرف $ق$ للخط المعلوم الذي يعرض قاعدته وبالحرف $س$ لارتفاعه
 المطلوب ثم يقال حيث ان كل شبه منحرف مساحته تساوي حاصل ضرب
 نصف مجموع قاعدتيه المتوالتين في ارتفاعه وكل مستطيل مساحته تساوي
 حاصل ضرب قاعدته في ارتفاعه يكون

$$م = \frac{1}{ق} (ص + ك) \times ع \quad و$$

$$م = ق \times س$$

وحيث كان المطلوب ان يكون $م = م$ يلزم ان يكون

$$\frac{1}{ق} (ص + ك) \times ع = ق \times س$$

وهذه المتساوية يمكن وضعها بهذه الصورة

$$ق : \frac{1}{ق} (ص + ك) :: ع : س$$

فيعلم من هذه المتساسة ان ارتفاع المستطيل المطلوب هو الرابع المتناسب
 الهندسي للخطوط الثلاثة المعلومة التي هي

$$ق \quad و \quad \frac{1}{ق} (ص + ك) \quad و \quad ع$$

* (المثال الرابع) *

ان يكون المطلوب انشاء مثلث على قاعدة معلومة يكافئ مثلثا مفروضا
 بطريقة ذلك ان يرسم بالحرف $م$ مساحة المثلث المعلوم وبالحرف $ق$

لقاعدته

* (الاول) *

ان يكون المطلوب انشاء مستطيل على قاعدة معلومة يكافئ مربع معلوما
فطريقة ذلك ان يرمر بالحرف م اطلع المربع المعلوم وبالحرف ن لقاعدة
المستطيل المطلوب وبالحرف س لارتفاعه ثم يقال حيث ان كل مستطيل
مساحته تساوى حاصل ضرب قاعدته في ارتفاعه وكل مربع مساحته
تساوى تربيع احد اضلاعه يكون

$$م^2 = ن \times س \text{ أو } م \times م = ن \times س$$

ومن هذه المعادلة ينتج ان

$$ن : م :: م : س$$

ويعلم من هذه المتاسبة ان الارتفاع المطلوب هو الثالث المتناسب مع الحظين
ن و م

* (المثال الثانى) *

ان يكون المطلوب تحويل مربع الى مثلث ارتفاعه معين فطريقة ذلك
ان يرمر بالحرف م اطلع المربع المعلوم وبالحرف ع لارتفاع المثلث
المطلوب وبالحرف س لقاعدته المطلوبة ثم يقال حيث ان كل مثلث
مساحته تساوى حاصل ضرب قاعدته في نصف ارتفاعه وكل مربع مساحته
تساوى حاصل ضرب ضلعه في نفسه يكون

$$م^2 = \frac{ع}{2} \times س \text{ أو } م \times م = \frac{ع}{2} \times س$$

ومن هذه المتساوية ينتج ان

$$\frac{ع}{2} : م :: م : س$$

فيعلم من هذه المتاسبة ان قاعدة المثلث المطلوب هي الثالث المتناسب مع
نصف ارتفاعه وطلع المربع المعلوم

* (الدعوى الرابعة العملية) *

(شكل ١٤٠ الاول والثانى والثالث و ١٣٢)

أ هو الثالث المتناسب المطلوب
 لأنه قد تقررى نتيجة الطريقة الثالثة والعشرين أن الوتر $أ$ وسط متناسب
 بين القطر $أ$ والقسم المخاور له وهو $أ$ أي أن
 $أ : أ :: أ : أ$
 وحيث كان $أ = م$ و $أ = د$ يكون
 $م : د :: د : أ$
 والمطلوب أن يكون
 $م : د :: د : م$ فاذن يكون $م = أ$
 وهو المطلوب

(الطريقة الثانية بشكل ١٢٧ الثالث)

أ يرسم مستقيم غير محدود مثل $أس$ وتعين عليه نقطة مثل $أ$ ويقام
 منها العمود $أ$ على $أس$ ويؤخذ $أ = د$ ثم يؤخذ على
 يسار النقطة $أ$ بعد مثل $أ = م$ ويوصل $ح$ ثم يقام من النقطة
 $س$ العمود $س$ على $ح$ فيكون $أ$ هو الخط المطلوب لأنه قد تقرر
 في الطريقة الثالثة والعشرين أن العمود المزل من رأس الراوية القائمة على
 وترها وسط متناسب بين قسمي الوتر المذكور أي أن
 $أ : أ :: أ : أ$
 وحيث كان $أ = م$ و $أ = د$ يكون
 $م : د :: د : أ$
 والمطلوب أن يكون

$م : د :: د : م$ فاذن يكون $م = أ$ وهو المطلوب

(الطريقة الثالثة)

أن يكرر أحد الخططين المعطيين ثم يبحث عن الرابع المتناسب مع الخطوط
 الثلاثة المعروفة بأحدى الطرق المشروحة في الدعوى الشاية العملية.
 (مثالان)

(الاول)

ريشة الثالثة شكل ١٤٠ الثالث) *

محدود ونؤخذ منه العدد $أ ب$ بقدر اكبر المستقيمين
محيط دائرة قطره $أ ب$ ثم نؤخذ بعد $أ$ بقدر
لومين ويقام من النقطة $ح$ عمود $هـ$ على $أ ب$
والوتر $أ هـ$ هو الوسط المناسب المطلوب لانه قد يقرر
لثة والعشرين ان

$د : أ هـ : أ$

$س = ب$ و $أ = أ$ يكون

$د : أ هـ : أ$

$د : س : أ$

$أ هـ$ وهو المطلوب

الطريقة الرابعة شكل ١٤١) *

$هـ$ يساوى اكبر المستقيمين المعلومين ويؤخذ منه
اصغر المستقيمين المذكورين ثم يرر محيط دائرة
 $هـ$ ويرسم من النقطة $هـ$ مستقيم مماس $هـ أ$
ناسب المطلوب

به الثانية والثلاثين أن

$د : أ هـ : أ$ هذا $هـ$

$س = ب$ و $هـ = أ$ يكون

$هـ أ : د : أ هـ$ والمطلوب ان يكون

$س : د : س$

$هـ أ$ وهو المطلوب

(امثلة)

ون المطلوب تحويل مستطيل الى مربع يكافيه فطريشة

اذا علم مستقيمان مثل $ا$ و $س$ وكان المطلوب ايجاد مستقيم مثل $س$
يكون وسطا متناسبا بينهما فذلك طرق

*** (الطريقة الاولى) ***

ان يرسم مستقيم غير محدود ويؤخذ عليه البعد $د ه = ا$ والبعد $ه و = س$ ثم يرسم نصف محيط قطره $د و$ ويقام من النقطة $ه$ العمود $ه ر$ على القطر $د و$ فيكون العمود $ه ر$ هو الوسط المناسب المطلوب لانه قد تقرق النظرية الثالثة والعشرين ان

$$د ه : ه و :: ه ر : ه و$$

وحيث كان $د ه = ا$ و $ه و = س$ يكون

$$ا : ه ر :: ه و : س$$

والمطلوب ان يكون

$$ا : س :: س : ه ر$$

فادن يكون $س = ه ر$ وهو المطلوب

*** (الطريقة الثانية شكل ١٤٠ الثاني) ***

ان يرسم مستقيم غير محدود ويؤخذ منه البعد $ا ر = ا$ اكبر المستقيمين
المعلومين ثم يؤخذ $ا د = المستقيم الاخر$ يرسم نصف محيط قطره
 $ا د$ ثم يمد من النقطة $ا$ مستقيما $س ه$ فيكون البعد المحصور بين نقطة
التماس و النقطة $ا$ هو الوسط المناسب المطلوب لانه قد تقرق النظرية
الساية والثلاثين ان

$$ا ر : ا ه :: ا ه : ا د$$

وحيث كان $ا ر = س$ و $ا د = ا$ يكون

$$س : ا ه :: ا ه : ا$$

والمطلوب ان يكون

$$س : س :: س : ا$$

فادن يكون $س = ا ه$ وهو المطلوب

$$(١) \quad \dots\dots\dots \frac{2 \times \dots}{1} = \text{سه} \quad \text{ومن المناسبة الثانية ان}$$

$$(٢) \quad \dots\dots\dots \frac{5}{3} = \text{سه} \quad \text{ومن الثالثة ان}$$

$$(٣) \quad \dots\dots\dots 1 \times 1 = \text{سه} \quad \text{أو سه} = 1 \times 1 = \text{سه} \quad \text{فالتساوية (١) تدل على الحد الرابع من مناسبة هندسية طرفها الاول ١ ووسطاها ١ و سه}$$

$$\text{والتساوية (٢) تدل على الحد الرابع من مناسبة هندسية طرفها الاول م ووسطاها متساويان وكلاهما يساوي د او على الثالث المتناسب مع المقدارين م و د}$$

$$\text{والتساوية (٣) تدل على الوسط المناسب الهندسي بين المقدارين ١ و سه}$$

واذا مر بالحرف م لاحد الصليين المحيطين بالزاوية القائمة في المثلث القائم الزاوية وبالحرف د لصلعها الآخر وبالحرف سه لوترها حدث

$$\text{سه} = \text{م} + \text{د} \quad \text{أو سه} = \sqrt{\text{م} + \text{د}}$$

فهذه المعادلة تدل على وتر مثلث قائم الزاوية احد صلييه المحيطين بالقائمة م وبالحرف م وصلعه الآخر ميين بالحرف د ولورمر بالحرف م لوتر القائمة وبالحرف د لاحد الصليين المحيطين بها وبالحرف سه لصلعها الآخر حدث

$$\text{م} = \text{د} + \text{سه} \quad \text{أو سه} = \text{م} - \text{د} \quad \text{أو سه} = \sqrt{\text{م} - \text{د}}$$

فهذه المتساوية تدل على احد صليي مثلث قائم الزاوية وتره م وصلعه الآخر د

ذلك ان يرمز بالحرف $ق$ لقاعدة المستطيل المعلوم وبالحرف $ع$ لارتفاعه وبالحرف $س$ لصلع المربع المطلوب
ثم يقال حيث ان كل مستطيل مساحته تساوى حاصل ضرب قاعدته في ارتفاعه وكل مربع مساحته تساوى حاصل ضرب ضلعيه في نفسه يكون

$$ق \times ع = س^2 \text{ أو } ق \times ع = س \times س$$

ومن هذه المساوية ينتج أن

$$ق : س :: س : ع$$

فيعلم من هذه المساوية ان صلح المربع المطلوب وسط متناسب بين قاعدة المستطيل المعلوم وارتفاعه

المثال الثانى ان يكون المطلوب تحويل مثلث معلوم الى مربع وطريقة ذلك ان يبحث عن الوسط المتناسب الهندسى بين قاعدة المثلث ونصف ارتفاعه
المثال الثالث ان يكون المطلوب تحويل متوازى الاضلاع الى مربع يكافيه وطريقة ذلك ان يبحث عن الوسط المتناسب الهندسى بين قاعدة المتوازي الاضلاع وارتفاعه

المثال الرابع ان يكون المطلوب تحويل شبه منحرف الى مربع يكافيه فطريقة ذلك ان يبحث عن الوسط المتناسب الهندسى بين نصف مجموع قاعدتي شبه المنحرف وارتفاعه

* (تنبيه عمومي يعلق بالخطوط المتناسبة) *
قد تقر في الدعوى الثانية العملية أن

$$ا : ب :: ب : ج$$

وفي الدعوى الثالثة العملية ان

$$م : ن :: ن : د$$

وفي الدعوى الرابعة العملية ان

$$ا : س :: س : ب$$

فيستخرج من المساوية الاولى ان

$$\overline{٣٧} = \overline{٣٧} = \overline{١ \times ٣٧}$$

فيكون $\overline{٣٧}$ هو الوسط المناسب الهندسي بين مستقيمين احدهما يساوي ٣ والاخر يساوي ١

وبالمثل اذا رسمنا بالحرف م لعدد صحيح مركب من مضروبين احدهما ٥ والاخر $\overline{٣٧}$ كان $\overline{٣٧}$ أو $\overline{٣٧ \times ٥}$ هو الوسط المناسب الهندسي بين ٥ و $\overline{٣٧}$

و $\overline{٣٧}$ أو $\overline{٣٧ \times ١}$ يدل في جميع الحالات على الوسط المناسب الهندسي بين م والواحد

وقد ذكرنا طرقا لرسم كل من الرابع المتناسب والثالث المتناسب والوسط المتناسب وذكرنا ايضا طريقة لرسم المثلث القائم الزاوية الذي علم منه ما يكفي لرسمه

واعلم ان المعادلات التي ذكرناها في هذا التيسير مفيدة جدا اذ هي الارتباطات الاصلية المستعملة في الهندسة وفي تطبيق الجبر على الهندسة

(الدعوى الخامسة العملية)

(شكل ١٤٢ الثاني)

اذا علمت نقطة مثل ج بين ضلعي زاوية مثل ع اصبه وكان المطلوب ان يمتد من هذه النقطة مستقيم مثل ح ه بسمة ح ه ع بجزئه الآخر ح ه كسمة م : ٥

فطريقة ذلك ان يمتد من النقطة المعلومة ع مستقيم مثل ح ر يوازي ا ب الذي هو احد ضلعي الزاوية ثم يبحث عن الرابع المتناسب مع الخطوط الثلاثة وهي م و ٥ و ا ب ثم يؤخذ ح ه بقدر الرابع المتناسب اليه كور يوصل المستقيم ه ع فيكون ه ع هو المستقيم المطلوب

لانه يلزم من كون الخط ح ر موازيا لخط ا ب ان يكون

$$ح ع : ح ه :: ا ب : ب ه$$

وحيث ان ا ب : ب ه :: م : ٥ يكون

وقد تقرر في النتيجة الثانية من النظرية العاشرة ان بسطة قطر المربع لصلعه
كنسبة جذر الاسبى للواحد فيسمى على هذا ان المربع الذى قطره يساوى
٢ يكون صلعه مساويا $\sqrt{2}$ فيثبت المعادلة التى بهذه الصورة

سـ $= \sqrt{2}$ تدل على ضلع المربع الذى قطره يساوى ٢ ولرسمه نضع
المعادلة المذكورة بهذه الصورة سـ $= \sqrt{2 \times 1}$ ثم يبحث عن
الوسط المتناسب الهندسى بين ٢ و ١ فيكون هو ضلع المربع المطلوب
واذا فرض معادلة هذه الصورة

سـ $= \sqrt{5}$ وكان المطلوب بيان ما تدل عليه هذه المعادلة فليكتب
هكذا

$$\sqrt{1+4} = \sqrt{1+2 \times 2} = \sqrt{5} = \text{سـ}$$

فيكون سـ هو وتر مثلث قائم الزاوية احد ضلعيه المحيطين بالقائمة يساوى
١ وصلعه الآخر يساوى ٢

ولو فرض معادلة هذه الصورة

سـ $= \sqrt{6}$ وكان المطلوب بيان ما تدل عليه هذه المعادلة فليوضع
هكذا

$$\sqrt{1+5} = \sqrt{1+2 \times 2} = \sqrt{6} = \text{سـ}$$

فيكون سـ هو وتر مثلث قائم الزاوية احد ضلعيه المحيطين بالقائمة يساوى
٢ وصلعه الآخر يساوى $\sqrt{2}$

أو نضع هكذا

$$\sqrt{2 \times 3} = \sqrt{6} = \text{سـ}$$

فيكون سـ هو الوسط المتناسب الهندسى بين مستقيين احدهما يساوى
٣ والاخر يساوى ٢

واذا فرض معادلة هذه الصورة

سـ $= \sqrt{3}$ وكان المطلوب بيان ما تدل عليه هذه المعادلة فليكتب هكذا

فتعين النقطة ل ويكون المستقيم ل ح هو المستقيم المطلوب
لانه يلزم من كون

ر ل : ل ك :: ه ح : ح ف

ان تقاطع الخطوط الثلاثة ر ه و ل ح و ك ف في نقطة واحدة
كما هو واضح مما تقررى الطريقة الثمانية والعشرين

(الحالة الثمانية)

ان يمد من النقطة المعلومة ح مستقيم كيف اتفق مثل ه ح ف ثم تؤخذ
نقطة مثل ر على المستقيم ا ب ويمد منها مستقيم مثل ر ك يوازي
ه ح ف ثم يقسم ر ك الى حثين احدهما ر ل والاخر ل ك بحيث
يكون

ر ل : ل ك :: ه ح : ح ف

ثم يبحث عن النقطة ل التى هى النقطة الاقتراية للنقطة ل اى
المقارنة لها فى الخط ر ك فيكون المستقيم ل ح هو المستقيم المطلوب
لانه يلزم من كون النقطتين ح و ل متوافقتى الاقتران ان يكون
ه ح : ح ف :: ه ح : ح ف

وكذا يلزم من كون النقطتين ل و ل متوافقتى الاقتران ان يكون

ر ل : ل ك :: ر ل : ل ك

وقد سبق بالعمل ان ر ل : ل ك : ه ح : ح ف

فادن يكون ر ل : ل ك :: ه ح : ح ف او

ر ل - ل ك : ل ك : ه ح - ح ف : ح ف : ح ف أى

ر ك : ل ك :: ه ح : ح ف

ح د : ح ه :: م : د

وهو المطلوب

* (تنبيه) *

حيث تكون النقطة المعلومة ح على الخط المنصف للراوية المعلومة
ع ا صه يكون للمسئلة حلان وحيث تكون الكمية م مساوية للكمية
د تحصر العملية بان يؤخذ د ه بقدر ا ب ثم يوصل ه ح د
فيكون ح د = ح ه وبهذه الكيفية تحل مسئلة هي
ان يكون المعلوم نقطة مثل ا بن صلي راوية مثل د ح كما في الشكل
١٤٢ من اللوحة ه ويكون المطلوب ان يمد من هذه النقطة مستقيم
ج ر آ د و ا ب الكائسان بين النقطة المعلومة ا وصلي الراوية
متساويان

* (الدعوى السادسة العملية) *

* (شكل ٢٨٨) *

اذا علم مستقيمان مثل ا ب و ح د ممكنا التقاطع لكن نقطة تقاطعهما
خارجة عن لوحة الرسم وكان المطلوب ان يمد مستقيم ثالث مثل ح د
أو ح ل يمر بنقطة تقاطع الخطين المعلومين ا ب و ح د ونقطة مثل
ح أو ح معينة الوضع بن صلي راوية الخطين ا ب و ح د أو خارجها
فلطريقة عمل ذلك حالان

* (الحالة الاولى) *

ان يمد من النقطة المعلومة ح مستقيم كيف اتفق مثل ه ح ف ثم يؤخذ
نقطة مثل ر على المستقيم ا ب ويمد منها مستقيم مثل ر ك يوازي
ه ح ويقسم ر ك الى جزئين احدهما ر ل والاخر ل ك بحيث
يكون

ر ل : ل ك :: ه ح : ح د

فتتعين

المتناسب المذكور ثم يشاء على طء مربع يكون هو المربع المطلوب
انى المكافى للشكل المتوارى الاضلاع اءء لانه يلزم من كون طء
وسطا متناسبا بين القاعدة اء والارتفاع دء ان يكون
اء : طء :: طء : دء

فان يكون

$$\overline{\text{طء}} = \text{ا}ء \times \text{دء}$$

وحيث ان اء \times دء يساوى مساحة متوارى الاضلاع اءء
يكون المربع المشاء على طء مكافئا لمتوارى الاضلاع المعلوم وهو
المطلوب

وثانيا البكى اءء هو المثلث المعروف وءء قاعدته و اء ارتفاعه
فيبحث عن الوسط متناسب بين القاعدة بءء ونصف الارتفاع اء
وليكن طء هو الوسط المذكور ثم يشاء على طء مربع يكون هو
المربع المطلوب اى المكافى للمثلث اءء
لانه يلزم من كون طء وسطا متناسبا بين القاعدة بءء ونصف
الارتفاع اء ان يكون

$$\text{بءء} : \text{طء} :: \text{طء} : \frac{1}{2} \text{ا}ء$$

فان يكون

$$\overline{\text{طء}} = \text{بءء} \times \frac{1}{2} \text{ا}ء$$

وحيث ان بءء \times $\frac{1}{2}$ اء يساوى مساحة المثلث اءء يكون
المربع المشاء على طء مكافئا للمثلث اءء وهو المطلوب

* (تاسه) *

اعلم انه قد سبق حل هاتين المسئلتين بطريقة حسابية في الامثلة المشروحة
في الدعوى الرابعة العملية

* (الدعوى الشامنة العملية) *

ويلزم من هذا ان تقاطع الخطوط الثلاثة ر ه و ك و ل ج في نقطة واحدة

* (تنبيه) *

اعلم انه يمكن تعيين النقطة ل مباشرة بدون احتياج للنقطة ل المتوافقة
الاقتران مع النقطة ل

وذلك بان يمد من النقطة المعلومة ح مستقيم مثل ح ف ه ثم تؤخذ
نقطة مثل ر على المستقيم ا ر ويمد منها مستقيم مثل ر ك يوازي
ه ح ثم يبحث عن الرابع المتناسب مع الخطوط الثلاثة ه و ر ك
و ف ح ويؤخذ ك ل . يقدر الرابع المتناسب المذكور فتعين النقطة
ل والمستقيم الذي يمر بها والنقطة المعلومة ح يمر تقاطع الخطين
المعلومين ا ر و ح
لانه يلزم من كون

ه ف : ر ك :: ح ف : ك ل

ان تقاطع الخطوط الثلاثة ر ه و ك ف و ل ج في نقطة واحدة

* (الدعوى السابعة العملية) *

* (شكل ١٤٣ و ١٤٤ من اللوحة ٦) *

اذا كان المطلوب انشاء مربع يكافئ شكلا متوازي الاضلاع معلوما او مثلثا
مفروضا فطريقة ذلك ان يقال

اولا ليكن ا ح ج شكلا متوازي الاضلاع و ا ر قاعدته و ه
ارتفاعه فيبحث عن الوسط المتناسب بين القاعدتين ا ر والارتفاع ه
باحدى الطرق المقررة في الدعوى الرابعة العملية وليكن ط ه هو الوسط

المتناسب

* ستة اذرع وهو مقدار صلح المربع المطلوب

(المثال الثاني)

ان يكون المطلوب معرفة مقدار صلح المربع المكافئ لثلاث قاعدته اثناعشر ذراعا وارتفاعه ستة اذرع فطريقة ذلك ان يصرب مقدار المساعدة في نصب مقدار الارتفاع ثم يؤخذ حذر حاصل الصرب فيكون الساق من الجذر هو مقدار صلح المربع المطلوب

ففي هذا المثال يصرب اثناعشر ذراعا في ثلاثة اذرع فيكون حاصل الصرب ستة وثلاثين ذراعا وهو مقدار مساحة كل من المثلث المعلوم والمربع المطلوب فاذا اخذ جذر الستة والثلاثين كان ناتج الجذر ستة اذرع وهو مقدار صلح المربع المطلوب

(المثال الثالث)

ان يكون المطلوب معرفة مقدار ارتفاع المستطيل الذي مقدار قاعدته اثني عشر ذراعا ليكون مكافئا مستطيل معلوم مقدار قاعدته تسعة اذرع ومقدار ارتفاعه اربعة اذرع فطريقة ذلك ان يصرب مقدار قاعدة المستطيل المعلوم في مقدار ارتفاعه ثم يقسم حاصل الصرب على مقدار القاعدة الاخرى التي يراد انشاء المستطيل عليها فيكون خارج القسمة هو مقدار الارتفاع المطلوب

ففي هذا المثال يصرب تسعة اذرع في اربعة اذرع فيكون حاصل الصرب ستة وثلاثين ذراعا فاذا قسم هذا الحاصل على اثني عشر ذراعا كان خارج القسمة ثلاثة اذرع وهو مقدار ارتفاع المستطيل المطلوب

(الدعوى التاسعة العملية)

(شكل ١٥٢ من اللوحة ٦)

اذا علم مربع مثل \square وكان المطلوب انشاء مستطيل يكافئه ويكون مجموع ضلعيه المتجاورين مساويا لخط معلوم مثل AB فطريقة ذلك ان يرسم نصف محيط قطره AB ثم يرسم مستقيم مثل DE يوازي القطر AB

* (شكل ١٤٥ من اللوحة ٦) *

إذا كان المطلوب إنشاء مستطيل مثل أدهط على مستقيم معلوم مثل
أد يكافئ مستطيلاً معروفاً مثل أرو و فطريقة ذلك أن يبحث عن
الرائع المناسب مع الخطوط الثلاثة المعلومه وهي أد و أ و أ و
ولكن أط هو الرائع المناسب المذكور ثم ينشأ مستطيل أحد ضلعيه
المختارين أد والاخر أط فيكون هو المستطيل المطلوب أي المكافئ
للمستطيل المعروف أرو

لأنه يلزم من كون أط رابعاً متناسباً مع الخطوط الثلاثة أد و أ و
و أ أن يكون

أد : أ :: أ : أط
فادن يكون

$$أد \times أط = أ \times أ$$

أي أن المستطيل أدهط مكافئ للمستطيل أرو وهو المطلوب

* (تنبيه) *

اعلم أنه قد سبق حل هذه المسئلة بطريقة حسابية في الامثلة المقررة في الدعوى
التي هي العملية

* (امثلة) *

* (المثال الأول) *

ان يكون المطلوب معرفة مقدار ضلع المربع المكافئ لشكل متوازي الاضلاع
قاعدته تسعة اذرع وارتفاعه اربعة اذرع وطريقة ذلك ان يصرب مقدار
القاعدة في مقدار الارتفاع فيجد حاصل الصرب هو مقدار ضلع المربع
المطلوب

ففي هذا المثال يصرب تسعة اذرع في اربعة اذرع فيكون الحاصل من
الصرب ستة وثلاثين ذراعاً معلوماً وهو مقدار مساحة كل من المستطيل
المعلوم والمربع المطلوب فاداً احدى جذري الستة والثلاثين كان ناتج الجذر

وعقده في القواعد المقررة في الدرجة الثانية من علم الجبر يكون

$$\sqrt[3]{\frac{13}{2} - 36} \pm \frac{13}{2} = \text{مس} \quad \text{أو}$$

$$\sqrt[3]{\frac{13}{2} - \frac{4 \times 36}{2}} \pm \frac{13}{2} = \text{مس} \quad \text{أو}$$

$$\sqrt[3]{\frac{13}{2} - \frac{144 - 16}{2}} \pm \frac{13}{2} = \text{مس} \quad \text{أو}$$

$$\sqrt[3]{\frac{13}{2} - \frac{120}{2}} \pm \frac{13}{2} = \text{مس} \quad \frac{0}{2} \pm \frac{13}{2} = \frac{13}{2}$$

فإذا اصيف الكسر الثاني الذي هو $\frac{0}{2}$ الى الكسر الاول الذي هو $\frac{13}{2}$
 كذل الساق مساويا لاحد بعدى المستطيل المطلوب انشاءه واد طرح
 الكسر الثاني من الكسر الاول كان الساق مساويا لبعده الآخر فادن
 يكون احد بعدى المستطيل $\frac{0+13}{2} = \frac{13}{2}$ و $9 = \frac{13}{2}$ والبعد الآخر
 $\frac{0-13}{2} = -\frac{13}{2} = -6.5$ وذلك لان $4 \times 9 = 36$ و $9 + 9 = 18$
 و $13 = 13$ و $26 = 2 \times 13$

وحيث ان هذا المستطيل مشتمل على شروط المسئلة فهو المطلوب

(المثال الثاني)

ان يكون المطلوب انشاء مستطيل يكافئ من بعامساحته تسعة واربعون
 ذراعا من بعامساحته يكون مجموع الصلعي المتجاورين من ذلك المستطيل
 مساويا لاربعة عشر ذراعا فطريقة ذلك ان يقال حيث ان صلح المربع المعلوم
 مسعة اذرع ونصف مجموع الصلعي المتجاورين من المستطيل مسعة اذرع
 كذلك يعلم من ذلك ان حل هذه المسئلة ممكن وحينئذ لمعرفة كل من الصلعي
 المتجاورين من المستطيل المطلوب يجرى العمل كما في المثال الاول

(المثال الثالث)

ان يكون المطلوب انشاء مستطيل يكافئ من بعامساحته اربع وستون
 ذراعا من بعامساحته يكون مجموع الصلعي المتجاورين من ذلك المستطيل اربعة عشر
 ذراعا فطريقة ذلك ان يقال حيث ان صلح المربع المعلوم ثمانية اذرع ونصف
 مجموع الصلعي المتجاورين من المستطيل مسعة اذرع يعلم من ذلك ان حل هذه

١ شريطان يكون المعد بينهما مساويا للخط اى المساوى لصلع المربع المعلوم
 ثم يرسل على القطر ا ب عمود مثل هـ و من النقطة هـ التى هى
 تقاطع الخط هـ بالمحيط هـ هذا العمود يقسم القطر ا ب الى قسمين هما
 ا و و ب والمستطيل المكون منهما هو المستطيل المطلوب لان مجموعهما
 يساوى ا ب ومستطيلهما ا و x ب يساوى مربع العمود هـ و
 كما نقرر ذلك فى نتيجة النظرية الثالثة والعشرين وحيث ان العمود هـ و
 يساوى العمود اى و اى يساوى صلح المربع المعلوم هـ يكون هذا
 المستطيل مكافئا للمربع المعلوم هـ وهو المطلوب

* (تبينه) *

يلزم لامكان حل هذه المسئلة ان لا يزيد المعد اى عن نصف القطر اعنى ان
 لا يزيد صلح المربع المعلوم هـ عن نصف الخط المعلوم ا ب

* (امثله) *

* (المثال الاول) *

اذا علم مربع مساحته ستة وثلاثون ذراعا مربعها و كان المطلوب انشاء
 مستطيل يكافئه ويكون محيطه ستة وعشرين ذراعا فطر بقه ذلك ان نصف
 المحيط يكون الساتح ثلثه عشر ذراعا وهو مقدار مجموع الصلعين المتجاورين
 من المستطيل المطلوب

وحيث ان صلح المربع المعلوم اقل من نصف هذا المجموع يعلم من ذلك ان حل
 هذه المسئلة ممكن وحيث للمعرفة كل من الصلعين المتجاورين من المستطيل
 المطلوب يرمر بالحرف سـ لاحدهما فيكون الآخر مساويا للكمية

$$١٣ - سـ فاذن يكون$$

$$سـ = (١٣ - سـ) = ٣٦ \text{ أو}$$

$$١٣ - سـ = سـ = ٣٦ \text{ أو}$$

$$سـ - ١٣ = سـ = ٣٦$$

وحيث أن المقدار الثاني سالب لا يؤخذ إلا الأول وحيث يدكون أصغر الضلعين ثلاثة ادورع واكثرهما $9 + 3 = 12$ دراعا وحيث أن $3 \times 12 = 36$ و $12 - 3 = 9$ يكون هذا المستطيل هو المستطيل المطلوب لانه قد اشـمل على شروط المسئلة تمامها

الاول اعلم ان حل هذه الدعوى ممكن دائما

وذلك ان مربع الخط المماس الى بكاني المستطيل الحادث من ضرب اى
خط قاطع مـ من النقطة د مثل دو في جـ منه الخارج ده اى ان
آد = دو × ده = دؤ × ده = دؤ × ده الخ
و ز و هـ و ؤ و هـ ونور لقط التقاطع بفرص ان الخطوط
دؤ و دؤ الخ مرسومة .

* (شكل ١٤١ من اللوحة ٥) *

لكن النقطة و هي نقطة التقسيم و او هو القسم الأكبر المطلوب فعلى
منطوق المسئلة يلزم ان يكون

المسئلة غير ممكن

* (الدعوى العاشرة العملية) *

* (شكل ١٥٣ من اللوحة ٦) *

اذا علم مربع مثل γ وكان المطلوب انشاء مستطيل يكافئه ويكون فاصل صلعيه المتجاورين مساويا لخط معلوم مثل α فطريقة ذلك ان يرسم محيد قطره لخط المعلوم α ثم يقام على طرف هذا القطر عمود مثل δ ويؤرجح δ بقدر ضلع المربع المعلوم γ ثم يوصل مستقيم بين النقطة δ والمركز ϵ فالمستقيمان $\delta \epsilon$ و $\gamma \delta$ يكونان الصليعين المتجاورين من المستطيل المطلوب لان فاصلهما يساوى القطر $\epsilon \delta$ والقطر α وحاصل ضربهما وهو $\delta \epsilon \times \gamma \delta$ يساوى مربع γ كما تقرر ذلك في نتيجة المطرية الثانية هو الثلاثين وحيث كان مربع α يساوى المربع المعلوم γ يلزم ان يكون هذا المستطيل مكافئاً للمربع المعلوم γ وهو المطلوب

* (مثال) *

اذا علم مربع مساحته ستة وثلاثون ذراعاً مربعاً مثلاً وكان المطلوب انشاء مستطيل يكافئه ويكون فاصل صلعيه المتجاورين تسعة اذرع فطريقة ذلك ان يرسم بالحرف α لاصغر الصليعين المتجاورين فيكون الصلغ الآخر β وتكون مساحة المستطيل $(\alpha + \beta)$ \times α وحيث كان المطلوب ان يكون المستطيل مكافئاً للمربع المعلوم وكانت مساحة المربع المعلوم ستة وثلاثين ذراعاً مربعاً يلزم ان يكون

$$(\alpha + \beta) \times \alpha = 36 \quad \text{أو}$$

$$\alpha^2 + \alpha\beta = 36 \quad \text{أو}$$

$$\alpha^2 + \alpha\beta = 36 \quad \text{ومن هذه المعادلة ينتج أن}$$

$$\alpha = \frac{-\alpha\beta \pm \sqrt{\alpha^2\beta^2 + 4 \times 36}}{2} \quad \text{أو}$$

$$\sqrt{\frac{r}{2} + \frac{r}{2}} = r$$

فأدار مر بالحرف r للخط r يكون

$$\sqrt{\frac{r}{2} + \frac{r}{2}} = \sqrt{\frac{r}{2} + \frac{r}{2}} = r$$

و $r = s$ فادن يكون

$$(1 - \sqrt{s}) \times \frac{r}{2} = \frac{r}{2} - \sqrt{s} \frac{r}{2} = r$$

* (الحل الثاني) *

ليكن s هو القسم الاكبر المطلوب فعلى منطوق المسئلة يلزم ان يكون

$$r : s :: s : r - s$$

ومن هذه التساوية ينتج أن

$$s^2 = r(r - s) = \frac{r}{2} - \frac{r}{2} s$$

$$r - s = \frac{r}{2} + s$$

وهذه هي القواعد المقررة في الورقة الثانية من علم الجبر يكون

$$s = \frac{r}{2} \pm \sqrt{\frac{r}{2} + \left(\frac{r}{2}\right)} \quad \text{اي}$$

$$s = \frac{r}{2} \pm \sqrt{\frac{r}{2} + \left(\frac{r}{2}\right)}$$

$$s = \frac{r}{2} + \sqrt{\frac{r}{2} + \left(\frac{r}{2}\right)} \quad \text{او } s = \frac{r}{2} - \sqrt{\frac{r}{2} + \left(\frac{r}{2}\right)} \quad (1)$$

$$s = \frac{r}{2} - \sqrt{\frac{r}{2} + \left(\frac{r}{2}\right)} \quad \text{و } s = \frac{r}{2} + \sqrt{\frac{r}{2} + \left(\frac{r}{2}\right)} \quad (2)$$

وحيث ان مقدار s سالب ومقداره المطلق اكبر من الخط r يعلم

ا- : او :: او : و-

وقد تعرف في علم الحساب ان نسبة مجموع الحدين الاولين الى الحد الاول .
كنسبة مجموع الحدين الاخيرين الى الحد الثالث فادن يكون

ا- + او . ا- :: او + و- : او

وحيث ان او + و- = ا- يكون

ا- + او : او :: ا- : ا-

ومن هذه المناسبة يتبع أن

$$(ا- + او) \times او = ا-^2$$

فالجهول في هذه المعادلة هو او و ا- + او

وبعلم من هذه المعادلة ان الخططين المجهولين هما صليعا مستطيل فاضل صليعيه

يساوي الخط المعلوم ا- . ومساحته تساوي ا- فادن يمكن إيجاد

ذلك المستطيل عماد ~~ك~~ في العملية السابقة من ذلك تتبع طريقة رسمية

هي ان يقام العمود د- على ا- من النهاية د- ويؤخذ د-

ساويا لنصف الخط ا- ثم يؤخذ قطعة بالبيكار تقدر د- ويرسم محيط

دائرة مركزه النقطة د- ثم يوصل المستقيم ا- هـ فيكون احد الخططين

المطلوبين = ا- هـ والاخر = اى لان فاصلهما د- هـ = د- د-

$$= ا- ومستطيلهما هو ا- هـ \times اى = ا-^2$$

فادن يكون ا- + او = ا- ويكون او = ا- فاداجعلت

النقطة ا- مركزا ورسم قوس دائرة نصف قطره يساوي ا- كانت نقطة

تقاطع هذا القوس بالخط المعلوم ا- هي نقطة التقسيم المطلوبة فادن

يكون او هو القسم الاكبر المطلوب

* (تنبه)

قد تبين أن

$$ا- = ا- = ا- - د- = ا- - د- وآن$$

يكون

أهـ - أب : أب : أب :: أب - أء : أء
 ويلزم من كون نصف القطر - ح مساويا لنصف الخط أب ان يكون
 ده مساويا للخط أب ويلزم من هذا ان يكون
 أهـ - أب = أء = أو = و
 أب - أء = أب - أو = سو

فاذن يكون

أو : أب :: سو : أء

وتغيير موضع الوسطين يكون

أب : أو :: أو : سو

وهو المطلوب

* (ثانيه) *

* اعلم ان الخط أهـ ينقسم في النقطة د كما ينقسم الخط أب في النقطة
 و اعني ان

أهـ : ده :: ده : أء

لانه قد تقرر ان

أهـ : أب :: أب : أء وأن أب = ده

فاذن يكون

أهـ : ده :: ده : أء

ثم ان هذا التقسيم يسمى بنسبة الوسط والطرفين اعني ان الخط المقسوم بطريق
 بنسبة الوسط والطرفين هو ما كانت نسبته لجزئه الا كبر كسمة جزئه الا كبر
 لجزئه الاصغر وبعبارة اخرى هو ما كان مربع جزئه الا كبر مكافئا للمستطيل
 المكون من ذلك الخط وجزئه الاصغر وسياتي استعمال هذا التقسيم

* (الدعوى الثانية عشر العملية) *

* (شكل ٢٨٩) *

من ذلك ان المقدار الاول الذى هو $\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \dots$ هو الذى يوافق حل المسئلة وبالتأمل فى هذه المعادلة وملاحظة ما تقررى التنبيه العمومى المعلق بالخطوط المتناسبة يعلم ان القسم الاكبر المطلوب يتحصل بطرح نصف الخط المعلوم $ا$ من وتر مثلث قائم الزاوية احد ضلعي زاويته القائمة يساوى الخط المعلوم $ا$ وصلعهما الآخر يساوى نصفه ومن ههنا تنبع طريقة رسمية

هى ان يقام العمود $ح$ على $ا$ من نهايته $ب$ ويؤخذ $ح$ $= \frac{1}{2}ا$ ويوصل $ا$ $ح$ ثم يطرح $ح$ من $ا$ اى يؤخذ $د$ $= ح$ فيكون $ا$ مساويا للقسم الاكبر المطلوب فاذا احد $ا$ $=$ $ا$ ينقسم الخط المعلوم $ا$ كما هو المطلوب ويكون
 $ا : ب : ح : د : و$

* (الحل الثالث) *

ان يقام العمود $ح$ على $ا$ من نهايته $ب$ ويؤخذ $ح$ مساويا لنصف الخط $ا$ ثم تؤخذ نقطة باليسار تقدر $د$ ويرسم محيط دائرة مركزه النقطة $ح$ ثم يوصل المستقيم $ا$ فيقطع محيط الدائرة فى النقطة $د$ ثم يؤخذ $ا$ مساويا للبعد $ا$ فيقسم الخط $ا$ فى النقطة $و$ الى القسمين المطلوبين ويكون

$$ا : ب : ح : د : و$$

لانه يلزم من كون الخط $ا$ عمودا متندا من نهاية نصف القطر $ح$ ان يكون مماسا للمحيط ولومتا الخط $ا$ على استقامته جهة $ح$ حتى قطع المحيط فى النقطة $ه$ لحدوث

$$ا : ب : ح : د : و$$

كما تقرر ذلك فى السارية الثانية والثلاثين وقد تقرر فى علم الحساب ان نسبة المقدم ناقصا تاليه الى تاليه كنسبة المقدم التالى ناقصا تاليه الى تاليه فاذن

يكون

تقاطع خط المراكزين بالمستقيمين $ك ل$ و $ك ل$ النقطتين المطلوبتين

لأنه يلزم من كون $ع ك$ موازيا للخط $ع ل$ ان يكون

$$ع : ع :: ع : ك$$

وحيث ان $ع ك = ع م$ و $ع ل = ع ح$ يكون

$$ع : ع :: ع : م$$

وكذا يلزم من تساوى الروايات المتساوية من المثلثين $ع ك$ و $ع ل$ ان يكون

$$ع : ع :: ع : م$$

حينئذ اذا امتد من كلتا النقطتين $ع$ و $ع$ مماسا للدائرة $ع$ أو للدائرة

$ع$ كان مماسا للآخرى

(مناقشات)

الاولى اذا كان العددين المراكزين $ع ع$ اكبر من مجموع نصفي قطري الدائرتين امكن ان يمتد اربعة خطوط مستقيمة كل منها مماسا للدائرتين لكن اثنان منها يماسانها من الخارج بان تكون نقطة تلاقيهما بمحيط المراكزين غير محصورة بين المراكزين المدكورين والاثنان الاخران يماسانها من الداخل بان تكون نقطة تلاقيهما بمحيط المراكزين محصورة بين هذين المراكزين

والثانية اذا كان العددين المراكزين $ع ع$ مساويا لمجموع نصفي قطري الدائرتين امكن ان يمتد ثلاثة خطوط مستقيمة كل منها مماسا للدائرتين لكن اثنان منها يماسانها من الخارج والثالث يماسهما من الداخل

والثالثة اذا كان العددين المراكزين $ع ع$ اصغر من مجموع نصفي قطري الدائرتين واكبر من فاصلهما امكن ان يمتد خطان مستقيمان كلاهما مماسا

إذا كان المطلوب رسم مستقيم يمر دائرتين فطريقة ذلك أن يقال ليكن M مستقيماً مماساً للدائرتين من الخارج و S مماساً لهما من الداخل ولتكن γ نقطة تقاطع M بخط المراكز E و δ نقطة تقاطع S بالخط E فيعلم من ذلك أنه إذا علم موضع المقتطين γ و δ يكفي أن يمتد من كل منهما مستقيم مماس لأحدى الدائرتين فيمس الأخرى وحينئذ تحل المسئلة فإذا وصل نصفا القطرين EM و ES يكون المثلث EMS مشابهاً للمثلث $ES\delta$ ويلزم من تشابههما أن يكون

$$E\gamma : E\delta :: EM : ES \dots (١)$$

ولو وصل نصفا القطرين ES و ES لكان المثلث $ES\delta$ مشابهاً للمثلث $ES\gamma$ ويلزم من تشابههما أن يكون

$$E\gamma : E\delta :: ES : ES$$

وحيث أن $ES = ES$ و $E\gamma = ES$ يكون

$$E\gamma : E\delta :: ES : ES \dots (٢)$$

وحيث أن كلامنا من نصفي القطرين EM و ES معلوم يعلم من ذلك أن المقتطين γ و δ نقطتان مقترتان قاسمتان للسعد E إلى قسمين النسبة بينهما ثابتة ومساوية للنسبة المعلومة $EM : ES$ ومن هذا نتج طريقة رسمية هي أن يرسم في الدائرة E قطر EF كيف اتفق بمثل القطر KE ثم يمتد من النقطة E نصف قطر مثل EL يوازي KE ثم يوصل KL و KL فتكون النقطتان γ و δ الحادتان من

تقاطع

فالمستقيم المعلوم لم

ولنسم هذا المحيط بمد من النقطة δ عمود مثل δ على δ لم ثم يقام
عمود مثل δ على وسط المستقيم α فالنقطة δ التي هي تقاطع
العمودين تكون مركز المحيط المطلوب ويكون δ نصف قطره وهم دائره
المسئله

* (تنبيه) *

الوسط المناسب الذي يحدث من هذه المتناسبات

هـ : د : ج : ب : ا

يمكن رسمه في الشكل بعبارة سهلة وذلك ان يرسم على δ نصف محيط
دائرة ويقام من النقطة α العمود δ فالوتر δ يكون هو الوسط
المتناسب المطلوب ويكتفي بعد ذلك ان يؤخذ δ بقدر δ

* (مناقشات) *

حل هذه المسئلة ممكن دائماً مادامت النقطتان α و δ موضوعتين
في جهة واحدة بالنسبة للخط δ وفي هذه الحالة يمكن رسم دائرتين
كلتاهما توافق حل المسئلة لكن احدهما تماس المستقيم المعلوم δ
في النقطة δ والاخرى تمسه في النقطة δ التي بعدها عن النقطة δ
بقدر الوسط المناسب δ

ولا يمكن حلها اذا كان المستقيم المعلوم واقعا بين النقطتين α و δ
وحيث يكون المستقيم α الماراً بالنقطتين المعلومتين α و δ سوازيًا
للمستقيم المعلوم δ فلا يكون هناك وسط متناسب يمكن رسمه في هذه
الحالة نقطة تماس المستقيم المعلوم δ بالمحيط المطلوب توجد لا محالة
في تقاطع المستقيم المعلوم δ بالعمود المقام على وسط المستقيم α
ولا يوجد في هذه الحالة الا محيط واحد يوافق حل المسئلة

* (الدعوى الرابعة عشر العملية) *

* (شكل ٢٩١) *

الدائرتين من الخارج فقط

والرابعة اذا كان العددين المرتبين $ج ح$ مساويا لفاصل نصفي قطري
الدائرتين اسكن ان يمتد مستقيم يسهمهما من الخارج فقط
والخامسة اذا كانت احدى الدائرتين داخل الاخرى لا يمكن ان يمتد
مستقيم يسهمهما لاس من الخارج ولا من الداخل لان المستقيم الذى يمس محيط
الدائرة الصغرى يقطع محيط الكبرى كما هو واضح
(تأنيه)

اعلم ان حل هذه المسئلة بهذه الطريقة اسهل من حلها بالطريقة المعتادة
المشروحة فى ملحقات المقالة الثانية

(الدعوى الثالثة فحشر العملية)

(شكل ٢٩٠)

اذا كان المطلوب رسم محيط دائرة يمر بنقطتين معلومتين مثل $ا$ و $ب$
ويمس مستقيما وضعه معين مثل $ل م$
فطريقة ذلك ان يقال لتكن $د$ هى نقطة تماس المحيط المطلوب بالمستقيم
المعلوم فلو وصل المستقيم $س ا$ ومد على استقامته جهة $ا$ حتى قطع
المستقيم المعلوم فى نقطة مثل $هـ$ للزم ان يكون
 $هـ ب : هـ د :: هـ د : هـ ا$

فيعلم من هذه المتبادلة ان العددين نقطة التماس $د$ ونقطة تقاطع المستقيم
المعلوم بالمستقيم المار بالنقطتين المعلومتين وسط متناسب بين المستقيمين
 $هـ ب$ و $هـ ا$ ومن هنا نتج طريقة رسمه

هى ان يوصل مستقيم بين النقطتين المعلومتين ويمد حتى يقطع المستقيم المعلوم
فى نقطة مثل $هـ$ ثم يبحث عن الوسط المتناسب بين المستقيمين $هـ ب$ و $هـ ا$
ثم يرخذ من المستقيم المعلوم $ل م$ العدد $هـ د$ أو $هـ ب$ بقدر الوسط
المتناسب المذكور فتكون النقطة $د$ أو $ب$ نقطة تماس المحيط المطلوب

المعلومة γ في نقطتين مثل $هـ$ و $و$ ثم يوصل المستقيمان $أ ب$ و $هـ و$ ويمدان حتى يلتقيا في نقطة مثل $د$ ثم يمد من النقطة $د$ مستقيما مثل $د م$ يس محيط الدائرة المعلومة γ فالنقطة $م$ تكون نقطة تماس المحيطين وحينئذ سهل رسم المحيط المطلوب

وحيث انه يمكن ان يمد من النقطة $د$ مستقيم اخر مثل $د م$ يس محيط الدائرة γ يعلم من ذلك ان لهذه المسئلة حلين

* (الدعوى السادسة عشر العملية) *

اذا علم مستقيمان غير اصبيين مثل $أ ب$ و $ج د$ وكان المطلوب ايجاداكثر مقياس مشترك بينهما كهذين :



فطريقة ذلك ان يوضع الخط الاصغر $ج د$ على الاكبر $أ ب$ مرة او اكثر بقدر انحصاره فيه فادا اشمل الخط الاكبر $أ ب$ على الخط الاصغر $ج د$ مرة واحدة مثلا وفضل باق مثل $هـ د$ اصغر من $ج د$ يوضع ايضا على الباقي $هـ د$ على الخط الاصغر $ج د$ فادا اشمل الخط $ج د$ على $هـ د$ مرتين مثلا ووصل باق مثل $و د$ اصغر من $هـ د$ يوضع ايضا على الباقي الثاني $و د$ على الباقي الأول $هـ د$ فادا اشمل $هـ د$ على $و د$ ثلاث مرات بدون باق كان $و د$ اكبر مقياس مشترك بين المستقيمين المعلومين $أ ب$ و $ج د$

لأن الباقي الاخير $و د$ اعما تحصل باتساع القاعدة المقررة في علم الحساب المستعملة في ايجاد القاسم الاعظم المشترك بين عددين .

* (تبينه) *

لايجاد النسبة بين المعتقيمين $أ ب$ و $ج د$ بعد معرفة اكبر مقياس مشترك

إذا كان المطلوب رسم محيط دائرة ليس صلي زاوية ويمر بنقطة معينة^٢
منهما

فطريقة ذلك ان تنصف الزاوية المعلومة بالمستقيم لـ α ثم يبرل من
النقطة α عمود مثل $\alpha\delta$ على لـ α ويؤخذ $\alpha\delta$ بقدر $\alpha\delta$
فالمحيط الذي يكون مركزه على لـ α ويمر بالنقطة α يمر ايضا بالنقطة
 α وحينئذ نزل هذه المسئلة الى السابقة
واعلم انه يمكن رسم دائرتين كما هما توافق حل المسئلة

(الدعوى الخامسة عشر العملية)

(شكل ٢٩٢)

إذا كان المطلوب رسم محيط دائرة يمر بنقطتين مثل α و β ويمس بحيط
دائرة اخرى معلومة مثل γ
فطريقة ذلك ان يقال ليروض ان المسئلة محاولة وان $\alpha\beta$ هو المحيط
المطلوب ولعمدة المماس المشترك $\gamma\delta$ حتى قابل القاطع $\alpha\beta$ ومد من
النقطة δ مستقيم مثل $\delta\epsilon$ قاطع لحيط الدائرة المعلومة γ للرم
ان يكون

$$\delta\alpha = \delta\beta \times \delta\alpha \text{ أو}$$

$$\delta\beta = \delta\gamma \times \delta\epsilon$$

ويارم من هذا ان يكون

$$\delta\gamma \times \delta\epsilon = \delta\alpha \times \delta\beta$$

ويعلم من هذه المساواة ان المحيط الذي يمر بالنقط α و β يمر
بالنقطة γ وحيث ان القاطع $\delta\epsilon$ عمود بالاختبار من النقطة δ
تكون النقطة γ من جعله نقط المحيط ومن هنا نتج طريقة رسمية
هي ان يمر بالنقطتين المعلومتين α و β محيط دائرة يقطع محيط الدائرة

المعلومة

اذا علم مستقيمان مثل $ا$ و $د$ وكان المطلوب إيجاد مقدار مقرب من النسبة الكائنة بينهما كهذين

$$\frac{ا}{د} = \frac{١}{١٠}$$

$$\frac{د}{ا} = \frac{١٠}{١}$$

فطريقة ذلك ان يقال ليكن المطلوب إيجاد نسبة $ا$ الى $د$ ناقل من عشر (اي ان المقدار المتروك يكون اقل من عشر) لذلك يؤخذ الخط $د$ بقدر عشر $د$ ثم يوضع $د$ على $ا$ مرة أو أكثر بقدر عدد مرات انحصاره فيه فاذا اسمل $ا$ على $د$ سبع مرات مثلاً وفصل باقى مثل ١٠ اصغر من $د$ كانت النسبة بين الخطين $ا$ و $د$ محصورة بين هذين العددين $\frac{٧}{١٠}$ و $\frac{٨}{١٠}$ فالعدد الاقل $\frac{٧}{١٠}$ اقل من النسبة المطلوب ناقل من عشر والعدد الثانى $\frac{٨}{١٠}$ اكبر من النسبة المطلوبة ناقل من عشر.

لايه يلزم من كون $ا < د \times \frac{٧}{١٠}$ و $ا > د \times \frac{٨}{١٠}$ ان تكون نسبة $ا$ الى $د$ محصورة بين $\frac{٧}{١٠}$ و $\frac{٨}{١٠}$ * (تنبيه) *

مثل هذه الطريقة يتحصل مقدار مقرب من النسبة الكائنة بين قوسين معلومين أو زاويتين معلومتين عندهما يكون مقام الكسر الدال على درجة التقريب قوة للعدد ٢ عير ان الطريقة الالية عمومية لاهاصالحة لجميع الحالات

* (الدعوى التاسعة عشر العملية) *

انما كان المطلوب إيجاد مقدار مقرب من النسبة الكائنة بين قوسين معلومين أو زاويتين معلومتين

فطريقة ذلك ان يقال ليكن $ا$ و $ب$ القوسين المعلومين أو القوسين اللذين نسبتهم متساوي نسبة الزاويتين المعلومتين فلايجاد النسبة بين $ا$ و $ب$ مقربة باقل من سبع مثلاً يضرب المقدار $ا$ فى ٧ ثم يوضع $ب$ على

ينبغي ان يقال حيث ينبغي ان

$$\text{ـه} = ٣ \text{ د} \quad \text{و}$$

$$\text{ـد} = ٢ \text{ ـه} + \text{د} = ٦ \text{ د} + \text{د} = ٧ \text{ د} \quad \text{و}$$

$$\text{ـا} = ١ \text{ ـد} + \text{ـه} = ٧ \text{ د} + ٣ \text{ د} = ١٠ \text{ د}$$

يكون

$$\text{ـا} : \text{ـد} :: ١٠ \text{ د} : ٧ \text{ د}$$

وعسمة إحدى النسبة الثانية على د يكون

$$\text{ـا} : \text{ـد} :: ١ : ٧$$

(الدعوى السابعة عشر العملية)

اذا علم قوسان غير اصمهي وكان المطلوب إيجادا كرمقياس مشترك بينهما فطريقة ذلك ان يقال حيث انه يمكن ان يوضع احد القوسين على الآخر الذي نصف قطره كمصف قطر القوس الاول كما يمكن ان يوضع مستقيم على مستقيم آخر يحصل كرمقياس مشترك بين القوسين العلويين بعملية مشابهة التي عمل لايجاد كرمقياس مشترك بين مستقيمين معلومين

(تنبيه)

اذا علمت راويتان وكان المطلوب إيجادا كرمقياس مشترك بينهما فطريقة ذلك ان يرسم قوسان يحددان اضلاع الراويتين المعلومتين بشرط ان يكون نصف القطر في كليهما واحدا ثم يبحث عن كرمقياس مشترك بين هذين القوسين لتعلم النسبة فانها تكون النسبة المطلوبة مساوية للنسبة بين هذين القوسين

لانه قد تقرر في تلك النظرية الثامنة عشر من المقالة الثانية انه اذا كان بين القوسين المأخوذتين في دائرة واحدة أو في دائرتين متساويتين مقياس مشترك كانت نسبة احد القوسين الى الآخر كنسبة الراوية المقابلة للقوس الاول الى الراوية المقابلة للقوس الثاني

(الدعوى الثامنة عشر العملية)

اذا علم

من ا- يكون

$$\frac{1}{\frac{1}{2} + 1} = \frac{1}{\frac{1}{2} + 1} = \frac{1}{2}$$

وبهذا نؤول المعادلة (١) الى هذه الصورة

$$\frac{1}{\frac{1}{2} + 1} + 1 = \frac{1}{2} \dots\dots (2)$$

وحيث ان $\frac{1}{\frac{1}{2} + 1} = \frac{1}{2}$ يكون

$$\frac{1}{\frac{1}{2} + 1} + 1 = \frac{1}{2}$$

متسلسل غير متناه فاد حسب مقدار هذا الكسر الى الحد الرابع يوجد ان

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2}$$

اي ان النسبة التقريبية بين قطر المربع وصلعه هي $1 : \sqrt{2}$: ٢٩
 واد احسنت بجهة حدود اكثر من السابقة سهل تحصيل نسبة أكثر قربا من
 هذه النسبة وقد ذكرنا في النتيجة الثانية من الطريقة العاشرة ان نسبة قطر
 المربع لصلعه كنسبة جذر الـ ٢ الى الـ ١ الواحد وبما ذكره من الامثلة
 فبقول

* (المثال الاول) *

ان يكون المطلوب ايجاد قطر المربع الذي لصلعه مسطرة ادرع
 وطريقة ذلك ان يضرب مقدار الصلع المعلوم في هذه النسبة $\frac{1}{2}$
 فاذن يكون

$$1 + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times 0 = 0$$

او يضرب مقدار الصلع المعلوم في $\frac{1}{2}$ فيحصل المطلوب

* (المثال الثاني) *

ان يكون المطلوب ايجاد ضلع المربع الذي قطره احدى شتر ذراعا
 فطريقة ذلك ان يضرب مقدار القطر المعلوم في هذه النسبة $\frac{1}{2}$ او ينقسم
 القطر المعلوم على $\frac{1}{2}$ فيحصل المطلوب

١٧ مرارا بقدر احصائه فيه فإذا استكمل ١٧ على - خمس عشرة مرة وفصل باقي بوحدان
 $17 < 10 \times -$ و $17 > 16 \times -$

فادن يكون

$$1 < \frac{10}{7} \times - \text{ و } 1 > \frac{17}{7} \times -$$

ونعلم من ذلك ان نسبة ١ الى - محصورة بين $\frac{10}{7}$ و $\frac{17}{7}$ فالعدد الاول $\frac{10}{7}$ ينقص عن النسبة المطلوبة بأقل من سبع والمقدار الثاني $\frac{17}{7}$ يزيد عن النسبة المطلوبة بأقل من سبع

* (تنبيه) *

اعلم انه يمكن استعمال هذه الطريقة لايجاد مقدار يقرب من النسبة الكائنة بين مستقيمين معلومين

* (الدعوى العشرون العملية) *

* (شكل ١٥٤ من اللوحة ٦) *

إذا كان المطلوب إيجاد نسبة تقريبية بين قطر المربع وصلعه
 فطريقة ذلك ان يقال ليكن $ا$ - $ح$ مربعاً و $ا$ - $ح$ قطره فلايجاد نسبة
 تقريبية بين القطر $ا$ - $ح$ والصلع $ح$ - $ب$ نوضع الصلع $ح$ - $ب$ على القطر
 $ا$ - $ح$ وذلك بان تؤخذ فتحة بالبيكار بقدر $ح$ - $ب$ ويركز النقطة $ح$ ويرسم
 نصف دائرة فيظهر ان القطر $ا$ - $ح$ قدر الصلع $ح$ - $ب$ مرة واحدة ويبقى
 كسر مثل $ا$ - $ح$ اصغر من $ح$ - $ب$ فادن يكون

$$\frac{ا}{ح} = 1 + \frac{ا}{ح} = 1 + \frac{ا}{ح} \dots (١)$$

ولعرفة مقدار الكسر $ا$ - $ح$ يقال يلزم من كون الراوية $ا$ - $ح$ قائمة
 ان يكون الخط $ا$ - $ح$ مماساً للمحيط ويلزم من هذا ان يكون

$$ا : ح :: ا - ح : ا - ح$$

$$\frac{ا}{ح} = \frac{ا - ح}{ا - ح}$$

وحيث ان الخط $ا$ - $ح$ يشتمل على $ا$ - $ح$ مرتين ويبقى كسر مثل $ا$ - $ح$ اصغر

من

* (المثال الثاني) *

ان يكون المطلوب ايجاد مستقيمين تكون النسبة بينهما مساوية للنسبة بين مثلثين أو شكلين كثيرى الاضلاع معلومين فطريقة ذلك ان يقال حيث انه يمكن تحويل اى شكل كثير الاضلاع الى مربع يكافئه يعلم من ذلك انه لايجاد المستقيمين المطلوبين يلزم ان يبحث عن صلح المربع المكافئ لاحد الشكلين المعلومين وعن صلح المربع المكافئ للشكل الآخر فالناتج المتناسب مع صلحي هذين المربعين يكون هو المطلوب

* (المثال الثالث) *

اذا كان المطلوب ايجاد مستقيمين مثل $س$ و $ص$ تكون نسبة احدهما الى الآخر كنسبة حاصل ضرب ثلاثة خطوط مستقيمة معلومة مثل $ا$ و $ب$ و $ج$ الى حاصل ضرب ثلاثة خطوط مستقيمة معلومة كذلك مثل

$ل$ و $م$ و $ن$

فطريقة ذلك ان يقال حيث كان المطلوب ان يكون

$$س : ص :: ا \times ب \times ج : ل \times م \times ن$$

ينفع من ذلك ان

$$س = \frac{ا \times ب \times ج \times ص}{ل \times م \times ن}$$

وحيث ان احد الخططين المطلوبين يمكن ان يجعل $ص = ج$ وحيث يكون

$$س = \frac{ا \times ب \times ج}{ل \times م \times ن} = \frac{ا \times ب}{ل \times م}$$

فيعلم من هذه المعادلة انه يلزم ان يبحث اولاً عن الرابع المتناسب مع الخطوط الثلاثة $ا$ و $ب$ و $ج$ وليكن $د$ مثلاً وثانياً عن الرابع المتناسب مع الخطوط الثلاثة $ل$ و $م$ و $ن$ وليكن $هـ$ فيكون $د$ مساوياً

* (الدعوى الحادية والعشرون العملية) *

إذا كان المطلوب إيجاد مستقيمين تكون النسبة بينهما مساوية للنسبة بين مستطيلين معلومين

طريقة ذلك أن يرص بالحرف α لاجد عددي المستطيل الأول وبالحرف β لعدده الآخر وبالمرتين α و β لعددي المستطيل الثاني وبالحرفين γ و δ للمستقيمين المطلوبين ثم يقال حيث $\alpha\beta = \gamma\delta$ كان المطلوب أن يكون

$$\gamma : \delta :: \alpha : \beta$$

وحيث أن أحد الخطين اختياري فلا مانع من فرض الخط γ مساويا للخط α فادأجعل $\gamma = \alpha$ آت المعادلة السابقة إلى هذه

$$\alpha = \frac{\beta \times \delta}{\alpha}$$

$$\alpha : \beta :: \alpha : \delta$$

فيعلم من ذلك أن ثلثي الخطين المطلوبين γ و δ رابع متناسب مع الخطوط الثلاثة α و β و δ فإذا بحث عن هذا الرابع المتناسب كانت نسبته إلى الخط α مساوية لنسبة المستطيل $\alpha \times \beta$ إلى المستطيل $\alpha \times \alpha$ وعندها نكرى محل ما ذكره من الأمثلة فنقول

* (المثال الأول) *

أن يكون المطلوب إيجاد مستقيمين تكون النسبة بينهما مساوية للنسبة بين مربعين معلومين مثل α و β فطريقة ذلك أن يبحث عن الثالث المتناسب مع الخطين α و β

وهو المطلوب

وكل مثال من هذا القسمل يحل بالطريقة المذكورة

* (الدعوى الثانية والعشرون العملية) *

* (شكل ١٤٦ من الواحة ٦) *

اذا كان المطلوب انشاء مثلث يكافئ شكلا كثيرا الاضلاع معلوما فطريقة ذلك ان يقال ليكن ABC هو الشكل المعلوم فيوصل A الى C القطر AC الذي يفصل المثلث ABC ثم يرسم من النقطة C مستقيما مثل CD يوازي AB ويمتد حتى يقطع الامتداد AB ثم يوصل D الى C فيكون الشكل الكثير الاضلاع $ABCD$ مكافئا للشكل ABC السابق عنه صاعدا لان المثلثين ABC و ADC قاعدة مشتركة هي AC وارتفاعا مشتركا لان رأسيهما B و D ووضوئان على الخط AC للموازي للقاعدة فادن يكون هذان المثلثان متكافئين فادا اسيف لكل منهما الشكل $ABCD$ ينتج ان الشكل $ABCD$ مكافئ للشكل ABC و $ABCD$ وبمثل هدا يمكن فصل الراوية AB بان يبدل المثلث ABC بالمثلث ADC المكافئ له وحينئذ يتحول الخمس $ABCD$ الى مثلث يكافئه وهو ADC

وهذه الطريقة يمكن تطبيقها على اي شكل كثير الاضلاع كما ما كان عدد اضلاعه لان الشكل الذي يكون عددا اضلاعه m مثلاً يتحول في المرة الاولى الى شكل يكافئه عدد اضلاعه $m - 1$ وهذا يتحول الى شكل آخر يكافئه عدد اضلاعه $m - 2$ وهكذا فلا بد ان ينتهي هذا التحويل الى مثلث يكافئ الشكل المخصوص

* (تنبيه) *

قد تقدم ان كل مثلث يمكن تحويله الى مربع يكافئه وذكرنا عملية ذلك في الدعوى السابعة العملية فحينئذ يمكن دائما انشاء مربع يكافئ مصلعا

لقد اراد الخط المجهول سه وحينئذ يكون

$$\text{ل} : \text{ح} :: \text{ا} \times \text{س} - \text{ح} \times \text{د} : \text{ا} \times \text{س} - \text{ح} \times \text{ز}$$

* (المثال الرابع) *

ان يكون المطلوب ايجاد مستقيمين مثل سه و هـ تكون نسبة
احدهما الى الآخر كنسبة حاصل ضرب اربعة خطوط مستقيمة معلومة
مثل ا و س و ح و د الى حاصل ضرب اربعة خطوط مستقيمة
معلومة كذلك مثل آ و ب و ج و د
فطريقة دلائل ان يقال حيث كان المطلوب ان يكون

$$\text{سه} : \text{سه} :: \text{ا} \times \text{س} - \text{ح} \times \text{د} : \text{ا} \times \text{س} - \text{ح} \times \text{ز}$$

ينبغي ان

$$\frac{\text{ا} \times \text{س} - \text{ح} \times \text{د}}{\text{ا} \times \text{س} - \text{ح} \times \text{ز}} = \frac{\text{سه}}{\text{سه}}$$

وحيث ان احدا الخطين اختياري يمكن ان يجعل سه = د وحينئذ
يكون

$$\frac{\text{ا} \times \text{س} - \text{ح} \times \text{د}}{\text{ا} \times \text{س} - \text{ح} \times \text{ز}} = \frac{\text{سه}}{\text{د}}$$

فيعلم من هذه المعادلة انه يلزم ان يبحث اولاً عن الرابع المتناسب مع الخطوط
الثلاثة آ و ا و س وليكن د مثلاً وثانياً عن الرابع المتناسب مع
الخطوط الثلاثة ب و ج و د وليكن ل وثالثاً عن الرابع
المتناسب مع الخطوط الثلاثة ح و ب و د وليكن هـ فيكون احد
المستقيمين المطلوبين سه = ل والمستقيم الآخر سه = د
فاذن يكون

$$\text{ل} : \text{د} :: \text{ا} \times \text{س} - \text{ح} \times \text{د} : \text{ا} \times \text{س} - \text{ح} \times \text{ز}$$

اصلاح الآخر هـ ر اعني ان

$$\frac{2}{\text{هـ}} = \frac{2}{\text{ر}} - \frac{2}{\text{هـ}}$$

وحيث ان ر = ا و هـ ر = س يكون

$$\frac{2}{\text{هـ}} = \frac{2}{\text{ا}} - \frac{2}{\text{س}} \text{ وهو المطلوب}$$

* (تمت) *

يمكن ايجاد مربع يساوي مجموع مربعات بقدر ما يراد لان العملية التي بواسطتها يتحول المربعان الى مربع واحد يتحول هائلان مربعات الى مربعين وهذا ان المربعان يتحولان الى واحد وكذا يمكن ايجاد مربع يساوي الفاصل بين جله مربعات وجله مربعات اخر اقل من مجموع الاول

* (امثلة) *

* (المثال الاول) *

ان يكون المطلوب ايجاد مربع يساوي مجموع ثلاثة مربعات معلومة بطريقة ذلك ان يرص بالحرف س لصلع المربع المطلوب وبالحرف ح لصلع المربع الاول وبالحرف هـ لصلع المربع الثاني وبالحرف هـ لصلع المربع الثالث فعلى منطوق المثال يكون

$$\text{س}^2 = \text{ح}^2 + \text{هـ}^2 + \text{هـ}^2$$

ويعلم من هذه المعادلة انه يلزم ان يبحث عن مربع يساوي مجموع المربعين الاولين ح و هـ وليكن م ثم يبحث عن مربع يساوي م + هـ وليكن د فيكون د هو المربع المطلوب

وعملية الرسم ان ترسم زاوية قائمة مثل س ا ح كما في (الشكل ٢٩٣) ويتخذ العدد ا ح = د والعدد ا د = د فيوصل د ح ثم يقيم العمود د و على د ح ويتخذ العدد د هـ = هـ و يوصل هـ ح

مستويا معلوما وهذا هو المسمى بتربيع الشكل المستقيم الاضلاع
ومسئله تربيع الدائرة مقصوره على ايجاد مربع بكافء دائرة قطرها معين

(الدعوى الماثلة والعشرون العملية)

(شكل ١٤٧ من اللوحة ٦)

اذا كان المطاوب انشاء مربع يساوى مجموع مربعين معلومين او فاصلهما
طريقة ذلك ان يقال ليكن a ضلع احد المربعين المعلومين و b ضلع
المربع الآخر ولايجاد مربع يساوى مجموع هذين المربعين يرسم مستقيمان
متعامدان مثل $هو و هـ$ غير متساويين ثم يؤخذ $هـ د$ بقدر الضلع
 a و $هـ ر$ بقدر الضلع b ويوصل $د ر$ فيكون $د ر$ هو ضلع المربع
المطلوب

لانه يلزم من كونه المثلث $هـ د ر$ قائم الزاوية في $هـ$ ان يكون المربع
المنشأ على القوتر $د ر$ مساويا لمجموع المربعين المنشأين على الضلعين $هـ د$
و $هـ ر$ فادن يكون

$$د ر^2 = د هـ^2 + هـ ر^2$$

وحيث ان $د هـ = ا$ و $هـ ر = ب$ يكون

$$د ر^2 = ا^2 + ب^2$$

وهو المطاوب
ولايجاد مربع يساوى فاصل هذين المربعين المعلومين يرسم مستقيمان
متعامدان مثل $ح و هـ$ غير متساويين ثم يؤخذ البعد $هـ ر$
بقدر اصغر الضلعين المعلومين $ا$ و $ب$ ثم تؤخذ نقطة $ا$ بقدر البعد
وح المساوى لأكبر الضلعين المعلومين $ا$ و $ب$ ويركز في النقطة $ر$
ويرسم قوس دائرة يقطع الخط $هـ ح$ في نقطة مثل $ح$ فيكون $هـ ح$
هو ضلع المربع المساوى للفاصل بين المربعين المعلومين $ا$ و $ب$
لانه يلزم من كونه المثلث $هـ ر ح$ قائم الزاوية في $هـ$ ان يكون المربع
المنشأ على الضلع $هـ ح$ مساويا للفاصل بين مربعي القوتر $ر ح$ ومربع

$$س = \sqrt{٢٥} = ٥$$

اعني ان ضلع المربع المطلوب يساوي خمسة اذرع

(المثال الرابع)

ان يكون المطلوب معرفة مقدار ضلع المربع المساوي لفاصل مرتين ضلع
احدهما يساوي ثلاث عشرة ذراعا وضلع الآخر يساوي اثني عشرة ذراعا
بطريقة ذلك ان يرسم الحرف س للضلع المطلوب وعلى س طوق المثال
يكون

$$س = ١٢ - ١٦٩ = ١٤٤ = ٢٥$$

وبلرم من هذا ان يكون

$$س = \sqrt{٢٥} = ٥$$

اعني ان ضلع المربع المطلوب يساوي خمس اذرع

(الدعوى الرابعة والعشرون العملية)

(شكل ١٥٠ من الالوحة ٦)

اذا كان المطلوب انشاء مربع سبته الى المربع المعلوم ا - ح د كنيسة
خطه معلوم مثل ك لحظ آخر كذا لك مثل ل

طريقة ذلك ان يرسم مستقيم غير متناه مثل هـ ر ويؤخذ عليه الدعد
هو = ك والدعد و ر = ل ويرسم نصف محيط قطره هـ ر ويقام

من الدصه و العمود و ح على القطر ثم يوصل الوزان ح هـ و ح ر
ويمدان بعير تحديده ثم يؤخذ ح ع يساوي ا - ب الذي هو ضلع المربع

المعلوم ثم يمد من النقطة ع مستقيم مثل ع ط يوازي هـ ر فيكون
ح ط ضلع المربع المطلوب

لانه يلرم من توازي هـ ر و ط ع ان يكون

$$ح ط : ح ع :: ح هـ : ح ر$$

وقد تقرر في علم الحساب ان المقادير المتناسبة من بعاتم متناسبة فاذا كان يكون

فيكون هو ضلع المربع المطلوب

* (المثال الثاني) *

ان يكون المطلوب إيجاد مربع يساوي الفاصل بين خمسة مربعات معلومة
وثلاثة مربعات أخرى معلومة كذلك

فلريقة ذلك ان يرمر بالحرف $س$ ضلع المربع المطلوب وبالحروف $أ$

$و$ $س$ $و$ $ح$ $و$ $د$ $و$ $هـ$ لاضلاع المربعات الخمسة وبالرموز $أ$

$و$ $س$ $و$ $ح$ لاضلاع المربعات الثلاثة التي يراد طرحها من المربعات

الاول فعلى مسطوق المثال يكون

$$س^2 = أ^2 + س^2 + ح^2 + د^2 + هـ^2 - أ^2 - س^2 - ح^2 \quad \text{أو}$$

$$س^2 = أ^2 + س^2 + ح^2 + د^2 + هـ^2 - (أ^2 + س^2 + ح^2)$$

ويعلم من هذه المتساوية انه يلزم ان يبحث اولاً عن مربع مثل $م$ يساوي

مجموع المربعات $أ$ $و$ $س$ $و$ $ح$ $و$ $د$ $و$ $هـ$ وثانياً عن مربع مثل $م$

يساوي مجموع المربعات $أ$ $و$ $س$ $و$ $ح$ ثم يبحث عن مربع مثل $د$

يساوي الفاصل بين هذين المربعين $م$ $و$ $م$ فيكون $د$ هو المربع

المطلوب

* (المثال الثالث) *

ان يكون المطلوب معرفة مقدار ضلع المربع المساوي لمجموع مربعين ضلع

احدهما يساوي اربع اذرع و ضلع الآخر يساوي ثلاث اذرع فطريقة

ذلك ان يرمر بالحرف $س$ للضلع المطلوب فعلى مسطوق المسئلة يكون

$$س^2 = ٤^2 + ٣^2 = ١٦ + ٩ = ٢٥$$

ويلزم من هذا ان يكون

ح مثل ا ح د كافي (الشكل ٢٩٤) وكل المطلوب انشاء
ثلاثة امثاله في السطح

لأن يوصل القطر د و يؤخذ ه ه بقدر د ثم يقام
د و على ه ه و يمتد ه ه و حتى يقطع د ثم يؤخذ ه ح
و يوصل ح و فيكون ح و صلح المربع المطلوب

$$\text{نكون } \overline{ح د}^2 = \overline{ح ه}^2 + \overline{ه د}^2 \quad \text{و}$$

$$\overline{ه د}^2 = ٢ \overline{ح د}^2 \text{ ان يكون}$$

$$\overline{ح د}^2 = ٣ \overline{ح د}^2 \text{ رهو المطلوب}$$

* (طريقة اخرى) *

س ه صلح المربع المطلوب ح صلح المربع المعلوم فعلى منطوق
ن

$$\overline{س ه}^2 = ٣ \overline{ح د}^2 \text{ أو } \overline{س ه}^2 = ٣ \times \overline{ح د}^2$$

المعادلة ينتج أن

$$\overline{س ه} : \overline{ح د} :: ٣ : ١$$

له المتناسبة ان صلح المربع المطلوب وسط متناسب بين مستقيمين
يساوى صلح المربع المعلوم والاخر يساوى ثلاثة امثاله

* (المثال الثالث) *

ربع مثل ح وكان المطلوب ايجاد مربع اخر مساحته مساوية
لربع المعلوم مضروبة في كمية معينة مثل م
لأن يقال ليكن س ه ضلع المربع المطلوب فعلى منطوق المثال

$$\overline{س ه}^2 = \overline{ح د}^2 \times م = \overline{ح د} \times \overline{ح د} \times م$$

$$\overline{ط} : \overline{ح} = \overline{ع} : \overline{ه} \quad \overline{ع} : \overline{ه} = \overline{ر} : \overline{ز} \quad \dots \quad (١)$$

وحيث ان المثلث هـ ع ر قائم الزاوية في ع يكون

$$\overline{ع} : \overline{ه} = \overline{ح} : \overline{ز} \quad \overline{ه} : \overline{ز} = \overline{و} : \overline{أ} \quad \overline{و} : \overline{أ} = \overline{ك} : \overline{ل}$$

كما يقرر ذلك في المطرية الثالثة والعشرين ويلزم من اشتراك نسبة $\overline{ع} : \overline{ه}$

: $\overline{ح} : \overline{ز}$ في هذه المتناسبة وفي المناسبة (١) ان يكون

$$\overline{ط} : \overline{ح} = \overline{ع} : \overline{ه} \quad \overline{ع} : \overline{ه} = \overline{ك} : \overline{ل}$$

وحيث كان $\overline{ع} = \overline{أ}$ يلزم ان يكون

$$\overline{ط} : \overline{أ} = \overline{ك} : \overline{ل}$$

والمطلوب ان يكون

$$\overline{س} : \overline{أ} = \overline{ك} : \overline{ل}$$

فاذن يكون $\overline{س} = \overline{ط}$ وهو المطلوب

* (امثله) *

* (المثال الاول) *

اذا علم مربع مثل ا ب د كما في (الشكل ٢٩٤) وكان المطلوب انشاء
مربع صعه

فطريقة ذلك ان يوصل القطر بـ د ويؤخذ بـ هـ بقدر بـ د فيكون
بـ هـ ضلع المربع المطلوب

$$\text{لانه يلزم من كون } \overline{ب} : \overline{د} = \overline{ب} : \overline{د} + \overline{د} : \overline{د} = \overline{ب} : \overline{د} \text{ ان يكون}$$

$$\overline{ب} : \overline{د} = \overline{ب} : \overline{د} \quad \overline{ب} : \overline{د} = \overline{ب} : \overline{د}$$

* (المثال الثاني) *

أو $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ م : ١
ومن هذه المسألة ينتج ان

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \text{ وهو المطلوب}$$

فإذا كان المطلوب إيجاد مربع مساحته خمس مساحة مربع معلوم مثل $\frac{1}{2}$
يبحث عن الوسط المناسب بين مستقيمين أحدهما يساوي ضلع المربع المعلوم
والآخر يساوي خمسة ثم ينشأ على الوسط المناسب المدكور مربع
يكون هو المطلوب

وإذا كان المطلوب إيجاد مربع مساحته خمسة أمثال مساحة مربع معلوم
مثل $\frac{1}{2}$ يبحث عن الوسط المناسب بين مستقيمين أحدهما يساوي ضلع
المربع المعلوم $\frac{1}{2}$ والآخر يساوي خمسة أمثاله ثم ينشأ على الوسط المناسب
المدكور مربع يكون هو المطلوب

٤ (المثال الخامس) *

ان يـسـمـى المـطلـوب انشاء مربع نسبتـه الى مربع معلوم كنسبة ٣
الى ٥

فطريقة ذلك ان يرسم مستقيم \overline{AB} كيف اتفق ويجعل واحدة خطه ثم يرسم
مستقيم غير متساو مثل \overline{CD} كأي (الشكل ١٥٠) من اللوحة ٦
ويؤخذ عليه بعد مثل \overline{DE} هو يساوي ثلاثة أمثال الوحدة المدكورة ثم
يؤخذ بجانبه بعد مثل \overline{EF} هو يساوي خمسة أمثال الوحدة المدكورة ويرسم
نصف محيط دائرة قطرها \overline{DE} ويقام من النقطة \overline{E} العمود \overline{EG} على
القطر ثم يوصل \overline{DG} و \overline{EG} ويمدان بعير تحديد ثم يؤخذ \overline{GH}
نقد ضلع المربع المعلوم ويمد من النقطة \overline{G} مستقيم مثل \overline{GH} يوازي
 \overline{DE} فيكون \overline{GH} مساويا لضلع المربع المطلوب
اعني ان نسبة المربع المنشأ على \overline{GH} الى المربع المعلوم كنسبة الثلاثة

وبعلم من ذلك ان ضلع المربع المطلوب وسط متناسب بين مستقيمين احدهما
يساوى ضلع المربع المعلوم والاخر يساوى حاصل ضرب هذا الضلع
في الكمية المراد ضرب المربع المعلوم فيها الخبئة اذا بحث عن الوسط المتناسب
المذكور وان شئ عليه مربع كان هو المربع المطلوب

(المثال الرابع)

اذا علم مربع ضلعه $د$ وكان المطلوب إيجاد ضلع مربع آخر مساحته مساوية
لمساحة المربع المعلوم مقسومة على كمية معينة مثل $م$
وطريقة ذلك ان يقال ليكن $س$ ضلع المربع المطلوب فعلى منطق المثال
يكون

$$س^2 = \frac{د^2}{م} \Rightarrow س = \frac{د}{\sqrt{م}} \Rightarrow س \times \sqrt{م} = د$$

ويلزم من هذا ان يكون

$$د : س :: س : \frac{د}{\sqrt{م}}$$

فيعلم من ذلك ان ضلع المربع المطلوب وسط متناسب بين $د$ و $\frac{د}{\sqrt{م}}$ فلايجاد
سقدار الضلع $س$ يرسم نصف محيط دائرة قطرها يساوى ضلع المربع المعلوم
 $د$ ويقسم هذا القطر الى اقسام متساوية عددها يساوى $م$ ثم يقام من
النقطة $س$ التي هي النهاية المشتركة بين القسم الاول والثاني عمود على
القطر ويمد حتى ينتهي الى المحيط ثم يوصل الوتر $س$ ويكون $س$ هو
ضلع المربع المطلوب

$$\text{لان } \frac{د}{\sqrt{م}} : س :: س : د$$

وحيث ان $د = س \times \sqrt{م}$ يكون

$$\frac{د}{\sqrt{م}} : س :: س : \sqrt{م} \times س$$

فيقسمه على النسبة الثانية على $س$ يكون

$$\frac{د}{\sqrt{م}} : س :: \sqrt{م} : ١$$

والعشرون العملية)*

لأول إنشاء شكل يشابههما ويساوى

ج مساحة أحد الشكليين وبالحرف أ
مساحة الشكل الآخر وبالحرف ب
مساحة الشكل المطلوب وبالحرف ج
حين أ و ب ثم يقال حيث أن نسبة
مساحة مربعان اضلاعها المتساوية إلى بعضهما

$$ج : أ :: أ : ب$$

أ : ب :: ب : ج
مس = ج + ب ينتج من مقارنة

وترسئت قائم الزاوية ضلعا المحيطان راوئيه
إذاذا انشئ على الضلع مسه شكل مشابه
يكون هو الشكل المطلوب أي المساوي

ون الشكل مسه مساويا لفاضل الشكليين
مسه = ج - ب يقال حيث أن

للحصة

* (حل آخر) *

ليكن s صلح المربع المطلوب و r صلح المربع المعلوم فعلى مسطون
المثال يكون

$$s^2 : r^2 :: 3 : 5$$

ومن هذه المتناسبة يتبع ان

$$s^2 = r^2 \times \frac{3}{5} = \frac{3}{5} \times r^2$$

. ويلزم من هذا ان يكون

$$r : s :: s : \frac{3}{5}r$$

فيعلم من ذلك ان ضلع المربع المطلوب وسط متساوب بين مستقيمين احدهما
يساوى صلح المربع المعلوم والاخر يساوى ثلاثة اقسامه

* (الدعوى الخامسة والعشرون العملية) *

* (شكل ١٢٩ من اللوحة ٥) *

اذا علم شكل مستقيم الاصلع مثل $ا-ح-ه$ وكان المطلوب انشاء شكل

متساو له على صلح معلوم مثل $ور$ الذي هو بطير الصلح $ا-ح$

فطريقة ذلك ان توصل اقطار الشكل المعلوم وهي $ا-د$ و $ا-ح$ ثم

تنشأ في النقطة $د$ زاوية مثل $ر-و-ج$ تساوى الزاوية $س-ا-ح$ وتنشأ

في النقطة $ر$ زاوية مثل $ر-و-ج$ تساوى الزاوية $ا-ح-ه$ فالمثلث $ورج$

الحادث من تلاقي الخطين $ور$ و $رج$ يكون متساوياً للمثلث $ا-ح-ه$

وكذا ينشأ مثلث مثل $ورط$ على الصلح $ور$ الذي هو بطير الصلح $ا-ح$

يشابه المثلث $ا-ح-ه$ ويشابه ايضا مثلث $ورط$ على الصلح $ورط$

الذي هو بطير الصلح. $ا-د$ يشابه المثلث $ا-د-ه$ فالشكل الحادث $ورجط$

يكون هو الشكل المطلوب المتساو لكثير الاصلع المعلوم $ا-ح-ه$ لان

هذين الشكلين مركبان من عدد واحد من المثلثات المتشابهة والتمثالة

الوصح

* (الدعوى

* (امثلة) *

* (المثال الاول) *

ان يكون المطلوب انشاء شكل يشابه شكلا معلوما ومساحته ربع مساحة
الشكل المعلوم

فطريقة ذلك ان يرسم مستقيم غير متساوي ويؤخذ عليه بعد مساوي نصف
احد اضلاع الشكل المعلوم ويعتبر ان صليحي متساويين ثم ينشأ على هذا
المعد شكل يشابه الشكل المعلوم فيكون هو الشكل المطلوب

* (المثال الثاني) *

ان يكون المطلوب انشاء شكل يشابه شكلا معلوما ومساحته تسعة امثال
مساحة الشكل المعلوم

فطريقة ذلك ان يرسم مستقيم غير متساوي ويؤخذ عليه بعدين اوى ثلاثة امثال
احد اضلاع الشكل المعلوم ويعتبر ان صليحي متساويين ثم ينشأ على هذا
المعد شكل يشابه الشكل المعلوم فيكون هو الشكل المطلوب

* (المثال الثالث) *

ان يكون المطلوب انشاء شكل يشابه شكلا معلوما ومساحته تسعة اضع
مساحة الشكل المعلوم كنسبة الثلاثة الى السبعة

فطريقة ذلك ان يرسم بالحرف ج مساحة الشكل المعلوم وبالحرف ا
لاحد اضلاعه وبالحرف هـ مساحة الشكل المطلوب وبالحرف ص
اصلعه المناظر للصاع ا فعلى منطوق المثال يكون

$$هـ : ج :: ٣ : ٧$$

وجيت ان هذين الشكليين متشابهان يكون

$$هـ : ج :: ص : ا$$

فبتع من هاتين المتناسبتين ان

$$ص : ا :: ٣ : ٧$$

ج . ك :: أ : ب يلزم ان يكون
 ح . ح - ك :: أ : أ - ب وكذا يكون
 ح : س :: أ : ص

فيخرج من مقارنة هاتين المتناسبتين ان

$$\frac{ص}{أ} = \frac{ب}{ب - أ}$$

ويعلم من ذلك ان الصلح ص هو صلح من مثل قائم الراوية وتره أ
 وصلحه الآخر ب وانه اذا اشئ على الصلح ص شكل مشابه للشكل
 ح أول الشكل ك يكون هو الشكل المطلوب اي المساوي لفاصلهما

* (الدعوى السابعة والعشرون العملية) *

اذا كان المطلوب اشأ شكلي يشابه شكلا معلوما وتكون نسبتة اليه كنسبة
 مقدار معين مثل م الى مقدار آخر كذلك مثل د
 فطريقة ذلك ان يرمر بالحرف ح لمساحة الشكل المعلوم وبالحرف أ
 لاحد اصلاعه وبالحرف س لمساحة الشكل المطلوب وبالحرف ص
 اصلعه المساطر للصلح أ فعلى منطوق المسئلة يكون

$$\frac{س}{ص} :: \frac{م}{د}$$

وحيث ان هذين الشكلي متشابهان يكون

$$\frac{س}{ص} :: \frac{ح}{ب}$$

فيخرج من هاتين المتناسبتين ان

$$\frac{ص}{أ} :: \frac{م}{د}$$

حينئذ يتعين الصلح ص بالطريقة المقررة في الدعوى الرابعة والعشرين
 العملية وبعد تعيينه يشأ عليه شكل مشابه للشكل المعلوم ح فيكون
 هو المطلوب

* (أمثلة) *

لأنه شكل لـ ثم يبحث عن الرابع المتناسب مع هذه الخطوط الثلاثة وينشأ
عليه شكل مشابه للشكل كـ فيكون هو الشكل المطلوب

(المثله)

(المثال الاول)

ان يكون المطلوب انشاء مثلث متساوى الاضلاع يكافئ شيه منحرف معلوم
رمره لـ

فطريقة ذلك ان يرسم مستقيم كـ كيف اتفق مثل اـ وينشأ عليه مثلث
متساوى الاضلاع يرمرله بالحرف كـ ثم يبحث عن ضلع المربع المكافئ
للكل كـ ويرمرله بالحرف مـ وعن ضلع المربع المكافئ للشكل لـ
ويرمرله بالحرف نـ وعن الرابع المتناسب مع الخطوط الثلاثة مـ و نـ
و اـ ثم ينشأ عليه مثلث متساوى الاضلاع فيكون هو المثلث المطلوب اي
المكافئ لشيه المنحرف المعلوم

(المثال الثاني)

ان يكون المطلوب انشاء مثلث متساوى الاضلاع يكافئ شكلا متوازي
الاضلاع معلوما رمره لـ

فطريقة ذلك ان يرسم مستقيم كـ كيف اتفق مثل اـ وينشأ عليه مثلث
متساوى الاضلاع يرمرله بالحرف كـ ثم تتم العملية كما في المثال الاول

(المثال الثالث)

ان يكون المطلوب انشاء مثلث متساوى الاضلاع يكافئ مثلثا مختلف
الاضلاع معلوما رمره لـ

فطريقة ذلك ان يرسم مستقيم كـ كيف اتفق مثل اـ وينشأ عليه مثلث متساوى
الاضلاع يرمرله بالحرف كـ ثم تتم العملية كما في المثال الاول

(المثال الرابع)

ان يكون المطلوب انشاء مثلث متساوى الاضلاع يكافئ شكلا مختلفا معلوما
رمره لـ

حيث تدعي الصلح صه كافي المثال الخامس من الدعوى الرابعة
والعشرين العمالية وبعد تعيينه يشأ عليه شكل مشابه للشكل المعلوم ح
فيكون هو الشكل المطلوب

* (الدعوى الثامنة والعشرون العمالية) *

* (شكل ١٥١ من اللوحة ٦) *

إذا كان المطلوب إنشاء شكل يشابه شكلاً معلوماً مثل الشكل ك ويكافئ
شكلاً آخر معلوماً كذلك مثل الشكل ل
فطريقة ذلك أن يرمر بالحرف أ لحد اضلاع الشكل ك وبالحرف
س مساحة الشكل المطلوب وبالحرف صه لصلعه الماطر للصلح أ
ثم يقال حيث كان المطلوب أن يكون الشكل س مشابهاً للشكل ك
يلزم أن يكون

$$ك : س :: أ : صه$$

وحيث كان المطلوب أيضاً أن يكون الشكل س مكافئاً للشكل ل يلزم
أن يكون

$$ك : ل :: أ : صه$$

حيث تدعى البحث عن المربع م المكافئ للشكل ك. وعن المربع د
المكافئ للشكل ل يكون

$$م : د :: أ : صه$$

ومن هذه المتساسة ينتج أن

$$م : د :: أ : صه$$

فيعلم من هذه المتساسة أن الضلع صه رابع متناسب مع الخطوط الثلاثة
م و د و أ ومن هنا تنتج طريقة رسمية هي
أن يبحث عن ضلع المربع المكافئ للشكل ك وعن ضلع المربع المكافئ

لشكلاً

* (دروس في المقالة الرابعة) *

المقالة الرابعة يبحث فيها عن خواص الاشكال المستقيمة الاصلح المنتظمة ومساحة الدائرة

* (تعريف) *

الشكل المنتظم ما تساوت زواياه واضلاعه وكل شكل مستقيم الاصلح يكون منتظما اذا تساوت زواياه واضلاعه سواء كان مثلثا او شكلا رباعيا او مجسما او مسدسا او غير ذلك

* (الدعوى الاولى النظرية) *

* (شكل ١٥٥ من اللوحة ٦) *

كل شكلين منتظمين متخدين في عدد الاصلح يكونان متشابهين
فان كان الشكل ا ح د ه و مسدسا منتظما و ر غ ط ع ك ل مسدسا آخر كذلك كان مجموع الروايات المحيطية في الشكل الاول مساويا لثاني قوائم كما تقرر ذلك في النظرية التاسعة والثلاثين من المقالة الاولى ومجموع الروايات المحيطية في الشكل الثاني يساوي ثمانية قوائم ويلزم من هذا ان تكون الراوية ا = سدس الثمان قوائم والراوية ر = سدس الثمان قوائم فان تكون الراوية ا = للراوية ر والراوية ر = ح والراوية ح = ط وهكذا

ويلزم من كون الشكل الاول منتظما ان يكون

$$ا - ر = ر - ح = ح - ط = ط - ع = ع - ك = ك - ل = ل - ا$$

وكذا يلزم من كون الشكل الثاني منتظما ان يكون

$$ر - ح = ح - ط = ط - ع = ع - ك = ك - ل = ل - ر$$

ويلزم من هذا ان يكون

$$ا - ر :: ر - ح :: ح - ط :: ط - ع :: ع - ك :: ك - ل :: ل - ا$$

فان يكون الشكل ا ح د ه و مشابها للشكل ر غ ط ع ك ل

فطريقة ذلك ان يحول الجسم الى مثلث يكافئه ثم يحول هذا المثلث الى مشا
متساوي الاضلاع فيكون هو المطلوب .

تمت المقالة الثالثة على يد جامعه المتوكل على ربه المعبد المندى
على عرت افندى احد خوجات العلوم الطبيعية
والرياضية مدرسة المهة سحانة الخديوية
ووكيل المدرسة التمهيرية
والمدرسة الابتدائية

متساويا للبعد ط ا ويلزم من هذا ان تكون النقطة د على المحيط الذى يمر بالنقط الثلاث ا و س و ج ويمثل هذا يبرهن على ان المحيط الذى يمر بالرؤس الثلاث س و ج و د يمر ايضا بالرأس السالبة لها وهى ه وهكذا

قد ثبت بهذا ان المحيط الذى يمر بالنقط الثلاث ا و س و ج يمر بجميع رؤس روايا الشكل المستطعم المفروض وهو المطلوب (وبرهان القصبة الشايبة) ان يقال حيث كانت الاصلع ا ب و س و ج الخ اوتارا متساوية تكون ابعادها عن المركز متساوية كما تتردد ذلك فى المقالة الشايبة فحينئذ ادا رسم محيط دائرة نصف قطره ط س ومركزه ط كان ذلك المحيط مماسا للصلع س ج فى وسطه وفى اواسط سائر اصلع الشكل المستطعم المفروض

* (فأبيه) *

اعلم ان النقطة ط التى هى المركز المشترك للدائرة المرسومة داخل الشكل المستطعم والدائرة المرسومة خارجه يكرر ان تعتبر ايضا مركزا للشكل المذكور وحينئذ يقال للروا به التى مثل ا ط س اى المحصورة بين نصفي قطريين واصليين الى هاتين صليعين واحد مثل ا ب راوية مركزية وحيث ان جميع الاوتار ا ب و س ج الخ متساوية يعلم من ذلك ان الروايا المركزية متساوية وحينئذ يبين مقدار كل من تلك الروايا بقسمة مجموع الاربع روايا القائمة على عدد اصلع الشكل

* (الدعوى الثالثة الطرية) *

* (شكل ٢٣ من اللوحة ١٧) *

كثير الاضلاع المرسوم داخل الدائرة اذا كان متساويا الاضلاع كان متساويا الروايا وكثير الاضلاع المرسوم داخل الدائرة اذا كان متساويا الروايا كانت اصلعه متساوية متنى

كما نقرر ذلك في المطرية السابعة والعشرين من المقالة الثالثة

(نتيجة)

النسبة بين محيطي كثيري الاضلاع المنتظمين المتحددين في عدد الاضلاع كالنسبة بين ضلعين متساويين والنسبة بين سطحيهما كالنسبة بين مربعي ضلعين متساويين لان الشكليين اللذين بهذه المثابة متشابهان وقد تقرر في المطرية التاسعة والعشرين من المقالة الثالثة ان النسبة بين محيطي كثيري الاضلاع المتشابهين كالنسبة بين ضلعين متساويين وان النسبة بين سطحيهما كالنسبة بين مربعي ضلعين متساويين

(ملاحظة)

يتعين مقدار زاوية اى شكل مستطيم عند اضلاعه معين بتقسيم مجموع زواياه على عدد اضلاعه كما يتعين مقدار زاوية اى شكل متساوي الروايا عدد اضلاعه معين بانظر الدعوى التاسعة والثلاثين من المقالة الاولى

(الدعوى الثانية المطرية)

(شكل ١٥٦ من اللوحة ٦)

كل شكل مستطيم يمكن رسمه في الدائرة ورسم دائرة فيه (برهان القصيدة الاولى) ان يقال ليكن $ا-ح-د-ه$ الخ شكلا منتظما فلو تصور مرورا محيط دائرة بالنقط الثلاث $ا-و-ح$ وكل مركزه $ط$ وارل العمود $ط-ه$ على $ح-د$ ووصل $ط-ا-و$ طي لكان الشكل الرباعي $ط-ه-د-ا$ مساويا للشكل الرباعي $ط-ه-ا-و$ لانه لو جعل الصلع $ط-ه$ فصلا مشتركا وطبق الشكل $ط-ه-د$ على الشكل $ط-ه-ا$ لانطبقت الراوية القائمة $ح-ط$ على القائمة $ا-ط$ ووقعت النقطة $د$ على النقطة $ا$ ويلزم من كون الشكل $ا-ح-د-ه$ و $ح-د-ا-و$ مستطمان ان تكون الراوية $د-ح = ا-ه$ وان يقع الصلع $ح-د$ على استقامة الصلع $ا-ح$ وحيث ان $ح-د = ا-ح$ تقع النقطة $د$ في $ا$ ويتحد الشكلان الرباعيان فينبغي ان يكون البعد $ط-د$

مساويا

الثاني وكانت جميع اضلاع الشكل متساوية

(الدعوى الرابعة المنطوية)

(شكل ٢٤ من اللوحة ١٧)

كثير الاضلاع المرسوم على الدائرة ان كان متساوي الروايا كان متساوي
الاضلاع

وكثير الاضلاع المرسوم على الدائرة ان كان متساوي الاضلاع كانت رواياه
متساوية مثني

(رهان القصبة الاولى) ان يقال حيث ان الراوية $ا = ب = ج = د = هـ = ز = ح = ط = ي = ك = ل = م = ن = س = ع = ف = ق = ر = ت = ث = ج = د = هـ = ز = ح = ط = ي = ك = ل = م = ن = س = ع = ف = ق = ر = ت = ث$
ف يكون الصلح $ا - ب$ مصفا في نقطة المماس $ع$ لانه لو وصل نصفا
القطرين $ع ا$ و $ع ب$ لكانت الراوية $ا ع ب$ = للراوية $ب ع ج$
لقيامهما وحيث ان الراوية $ب ا ب$ = للراوية $ا ب ج$ بالعرض تكون
الراوية $ع ا ب$ = للراوية $ب ع ج$ ويلزم من هذا ان يكون الراوية
الثالثة $ع ا ب$ = للراوية $ب ع ج$ وحيث ان الصلح $ع ب$
مسترك في المثلث $ع ا ب$ و $ع ب ج$ يكون المثلث $ع ا ب$ =
للمثلث $ب ع ج$ كما تقرر ذلك في المنطوية السابعة من المقالة الاولى ويلزم
من تساوي هذين المثلثين ان يكون الصلح $ا ب$ مساويا للصلح $ب ج$
وعمل هذا يرهى على ان الصلح $ب ج$ = الصلح $ج د$ والصلح $ج د$ = الصلح
اي يرهى على ان كل صلح مصنف في نقطة المماس وحيث ان المماس $ع ب$
= المماس $ب ج$ يكون $ا ب = ب ج = ج د$ وعمل هذا يرهى على ان

جميع الاضلاع متساوية وهو المطلوب

(ورهان القصبة الثانية) ان يقال حيث كان الضلع $ا ب = ب ج = ج د = د هـ = هـ ز = ز ح = ح ط = ط ي = ي ك = ك ل = ل م = م ن = ن س = س ع = ع ف = ف ق = ق ر = ر ت = ت ث = ث ج = ج د = د هـ = هـ ز = ز ح = ح ط = ط ي = ي ك = ك ل = ل م = م ن = ن س = س ع = ع ف = ف ق = ق ر = ر ت = ت ث$
من ذلك ان الصلح $ا ب = ب ج$ وحيث ان الراوية $ا ب ج = ج ب د$
لقيامهما والصلح $ب ج = ج د$ لان كلاهما نصف قطر دائرة
يعنيها يلزم ان يكون المثلث $ا ب ج = ب ج د$ كما تقرر

(برهان القضية الأولى) ان يقال حيث ان الراوية أ معيارها

$$\frac{\text{المحيط} - \text{القوس أ} - \text{القوس ب}}{2} \text{ والراوية} - \text{معيارها}$$

$$\frac{\text{المحيط} - \text{القوس أ} - \text{القوس ح}}{2} \text{ والقوس} - \text{ح} = \text{القوس}$$

أ تكون الراوية أ مساوية للراوية - وبمثل هذا يبرهن على تساوى
الروايات الأخر

$$\begin{aligned} & \text{(برهان القضية الثانية) ان يقال حيث كانت الراوية أ} \\ & \text{ب} = \text{د} = \text{هـ} \text{ يكون الصلح أ} = \text{ب} = \text{د} = \text{هـ} \text{ و} \\ & \frac{\text{المحيط} - \text{القوس أ} - \text{القوس ب}}{2} = \frac{\text{المحيط} - \text{القوس أ} - \text{القوس ح}}{2} \\ & \text{ب} = \text{د} = \text{هـ} \text{ لان الراوية أ معيارها} \end{aligned}$$

$$\frac{\text{المحيط} - \text{القوس أ} - \text{القوس ح}}{2} \text{ والراوية} - \text{معيارها}$$

$$\frac{\text{المحيط} - \text{القوس أ} - \text{القوس ح}}{2} = \frac{\text{المحيط} - \text{القوس أ} - \text{القوس د}}{2}$$

ويلزم من هذا ان يكون القوس أ = للقوس ح وبمثل هذا
يبرهن على ان القوس أ - يساوى القوس د وان القوس - د
يساوى القوس هـ وهكذا ويلزم من هذا ان تكون الاصلح متساوية
منه

* (تنبيه) *

اعلم ان الصلح الاول = الصلح الثالث و = الخامس و = السابع
ويساوى التاسع وهكذا وان الصلح الثانى = الصلح الرابع ويساوى
السادس و = الثامن وهكذا فاذا كان عدداً ضلح الشكل وردى بان
كان تسعة مثلاً كان الصلح الاول هو المارق بين الصلح التاسع والصلح

ر : هـ :: ٢٧ : ١

كما تقر ذلك في المطربة العاشرة من المقالة الثالثة فيعلم من ذلك ان نسبة
صلح المربع المرسوم داخل الدائرة الى نصف القطر كنسبة جذر الاثنين
لواحد

* (مثالان) *

* (المثال الاول) *

ان يكون المطلوب معرفة مقدار صلح المربع المرسوم داخل دائرة نصف
قطرها ثلاث اذرع
فطريقة ذلك ان يصرب مقدار نصف قطر الدائرة في جذر الاثنين فحاصل
الصرب يكون المقدار المطلوب ففي هذا المثال يصرب ثلاث اذرع في جذر
الاثنين فيحصل المطلوب

* (المثال الثاني) *

ان يكون المطلوب معرفة مقدار نصف قطر الدائرة المرسوم داخلها مربع
مقدار صلعه خمس اذرع
فطريقة ذلك ان يقسم مقدار صلح المربع المعلوم على جذر الاثنين فخرج
القسمه يكون المقدار المطلوب ففي هذا المثال يقسم خمس اذرع على جذر
الاثنين فيحصل المطلوب

* (الدعوى السابعة العملية) *

* (شكل ١٥٨ من اللوحه ٦) *

اذا كان المطلوب رسم مستطيم داخل دائرة معلومة
فطريقة ذلك ان يقال ليصر ان المسئله محلولة وان ا ب هو احد اضلاع
المستطيم المستطيم المطلوب فلو وصل بهما القطرين ا ط و ط لكان
المثلث الخلدث ا ط ب متساوي الاضلاع لان الزاوية ا ط ب =

• اربع قوائم $\frac{1}{4}$ فاذا جعلت الزاوية القائمة وحدة كانت الزاوية ا ط ب = $\frac{2}{3}$

$\frac{1}{3} =$

ذلك في المطرية السادسة من المقالة الاولى ويلزم من تساوى هذين التائين
ان تكون الراوية ح ا ع = للراوية ج د ك وان تكون الراوية ا
الى هي ضعف الراوية ح ا ع مساوية للراوية ج د ك التي هي ضعف الراوية
ح د ك وعمل هذا يبرهن على ان الراوية ع = د وهكذا الى اخره
معنى ان الراويا متساوية معنى

(تنبيه)

اعلم ان الراوية الاولى = الثالثة و = الخامسة و = السابعة
وهكذا وان الراوية الثمانية = الرابعة و = السادسة و = الثامنة
وهكذا فادا كان عددا صلاح الشكل فردا ان كان سعة مثلا كان الراوية
الاولى هي المارقة بين السابعة والثالثة و كانت روايا الشكل كما
متساوية

(الدعوى الخامسة العملية)

(شكل ١٥٧ من اللوحة ٦)

اذا كان المطلوب رسم مربع داخل دائرة معلومة

فطريقة ذلك ان يرسم قطران متعامدان مثل ا ب و س د فيوصل
ا ب و س د و د ا فيكون الشكل الحادث ا ب د س هو المربع
المطلوب

لانه يلزم من تساوى الروايا المركبة ا ب د س و س د ه و د ه ا
ان تكون الاقواس ا ب و س د و د ا متساوية ويلزم
من هذا ان تكون الاوتار ا ب و س د و د ا متساوية
ويلزم من كون كل من الروايا ا ب و س د و د ا متساوية
في نصف الدائرة ان تكون كل واحدة منها قائمة فقد ثبت بهذا ان الشكل
ا ب د س هو المطلوب

(تنبيه)

حيث ان المثلث س د ه قائم الراوية ومتساوى الساقين يكون

نصف القطر كنسبة حدر الثلاثة للواحد

(مثالان)

(المثال الاول)

ان يكون المطلوب معرفة مقدار صلغ المثلث المتساوي الاضلاع المرسوم داخل دائرة نصف قطرها ثلاث ادرع
فطريقة ذلك ان يصرب نصف القطر في حدر الثلاثة فحاصل الصرب يكون
هو المقدار المطلوب ففي هذا المثال تصرب ثلاث ادرع في حدر الثلاثة
فيحصل المطلوب

(المثال الثاني)

ان يكون المطلوب معرفة مقدار نصف قطر الدائرة المرسوم داخلها مثلث
متساوي الاضلاع مقدار صلعه خمس ادرع
فطريقة ذلك ان يقسم مقدار الصلع المعلوم على جذور الثلاثة فخارج القسمة
يكون المقدار المطلوب ففي هذا المثال يقسم خمس ادرع على حدر الثلاثة
فيحصل المطلوب

(الدعوى السابعة العملية)

(شكل ١٥٩ من اللوحة ٢٦)

اذا كان المطلوب رسم معشر مستقيم داخل دائرة معاومة
فطريقة ذلك ان يقال ليعرض ان المسئلة محلولة وان ١٠ - هو واحد
اصلا المعشر المستقيم المطلوب ولو وصل نصفا القطرين ا ع و ع -
لكان المثلث الحادث ا ع - متساوي الساقين ويلزم من هذا ان تكون
الزاوية ع ا - مساوية للزاوية ع ا - وحيث فرض ان ا - هو
احد اصلا المعشر المستقيم المطلوب يكون القوس ا - عشر المحيط وتكون
الزاوية ا ع - عشر الاربعة قوائم او خمس القائمة ويلزم من هذا ان يكون
مجموع زوايا المثلث ا ع - قدر الزاوية ا ع - خمس مرات ويلزم من
هذا ان تكون الزاوية ع ا - ضعف الزاوية ع ا - والزاوية ع ا -

ويلزم من هذا ان يكون مجموع الراويتين $أ-ط$ و $ط-ز = ز-أ$ $\frac{ز}{أ} = \frac{ز}{ط}$ وحيث ان الراوية $أ-ط = ط-ز$ تكون الراوية $أ-ط = ط-ز$ والراوية $ط-ز = ز-أ$ فاذن يكون المثلث $أ-ط-ز$ متساوي الاضلاع لان زواياه الثلاث متساوية وقد ثبت بهذا ان ضلع المسدس المستطمد المرسوم داخل الدائرة مساو لصف القطر ومن ههنا نتج طريقة رسمية هي ان تؤخذ قطعة بالسيكار بقدر نصف القطر ويركز في اى نقطة من المحيط ويوضع الطرف الثانى من السيكار على المحيط فيعصل من المحيط سدسه ثم ينقل السيكار ليعصل السدس الثانى من المحيط وهكذا حتى يرجع الى نقطة الاستداء ثم توصل او تارتلك الاقواس فيحدث المسدس المستطمد المطلوب

* (نبيها) *

الاول اذ اوصلت خطوط مستقيمة بين كل رأسين من رؤس زوايا المسدس المستطمد انحرى هو يكون المثلث الحادث احره متساوي الاضلاع الثانى حيث كان $أ-ط = ط-ز = ز-أ$ يكون الشكل $أ-ط-ز$ المتواري الاضلاع معينا وقد تقرر في نتيجة الطريقة الرابعة عشر من المقالة الثالثة ان مجموع مربعات الاضلاع الاربعة من اى شكل متواري الاضلاع مساو لمجموع مربعي قطريه فاذن يكون

$$أ^2 + ط^2 = ز^2 + أ^2 + ط^2 + ز^2 = ط^2 + ز^2 + أ^2 + ط^2 = ٤(أ^2 + ط^2)$$

فاد اطرح من كل من هاتين المتساويتين $ط^2$ يكون

$$أ^2 = ٣(ط^2) \text{ ومن هذه المعادلة ينتج أن }$$

$$أ : ط :: ١ : ٣ \text{ أو } ١ : ٣ :: أ : ط$$

$$أ : ط :: ١ : ٣$$

اعنى ان نسبة ضلع المثلث المتساوي الاضلاع المرسوم داخل الدائرة الى

فطريقة ذلك ان يقسم المحيط الى عشرة اقواس متساوية ثم توصل اوتار الاقواس التي كل قوس منها يساوى ضعف عشر المحيط فيتشكل الخمس المستطيم المطلوب

(النتيجة الثانية)

اذا كان المطلوب رسم الخمس عشرى المستطيم داخل الدائرة فطريقة ذلك ان تطرح قوس يساوى عشر المحيط من قوس يساوى سدسه فيبقى قوس يساوى حراً من خمسة عشر من المحيط ثم تؤخذ منه بالسكارة بقدر هذا الجزء وتوضع على المحيط مرة بعد اخرى حتى يرجع الى نقطة الاندفاع فيتشكل الخمس عشرى المستطيم المطلوب

$$\text{لان } \frac{1}{5} - \frac{1}{6} = \frac{1}{30} = \frac{2}{60} = \frac{4}{120} = \frac{1}{30} = \frac{1}{60}$$

(تنبية)

اذا رسم مصلع داخل الدائرة ونصف الاقواس المقابلة لاصلاعه ووصلت اوتار اوصاف هذه الاقواس يتشكل مصلع عدد اوصلاعه ضعف عدد اوصلاع الاول فان كان المصلع الاول مستطماً كان المصلع الحادث كذلك فلذا يستعمل المربع لانشاء المصلعات المستطمة التي يكون عدد اوصلاعها مضاعفا للعدد ٢ مثل ٨ و ١٦ و ٣٢ و ٦٤ و ١٢٨ الخ ويستعمل المسدس المستطيم لانشاء المصلعات المستطمة التي يكون عدد اوصلاعها مضاعفا لكل من العددين ٦ و ٢ مثل ١٢ و ٢٤

و ٤٨ و ٩٦ و ١٩٢ الخ ويستعمل المعشر لانشاء المصلعات التي يكون عدد اوصلاعها مضاعفا لكل من العددين ١٠ و ٢ مثل ١٠ و ٤٠ و ٨٠ و ١٦٠ الخ

و ٣٢٠ الخ ويستعمل الخمس عشرى لانشاء المصلعات التي يكون عدد اوصلاعها مضاعفا لكل من العددين ١٥ و ٢ مثل ٣٠ و ٦٠ و ١٢٠ و ٢٤٠ و ٤٨٠ الخ

صعف الراوية ع فلو صفت الراوية ع - أ بمستقيم مثل سم لحث

أم : م ع :: أ : ع أؤ :: أ : ع

كما يقرر ذلك في النظرية السابعة عشر من المعادلة الثالثة

وحيث ان الراوية م - ع نصف الراوية أ - ع تكون الراوية م - ع

مساوية للراوية ع ويكون الصلع م ع مساويا للصلع م -

فلو وضع م - بدل م ع في المتسلسلة السابقة لصارت هكذا

أم . م - :: أ : ع

- ويلزم من كون المثلث م - ع متساوي الساقين ان تكون الراوية الخارجية

عنه وهي أم - صعف الراوية ع وحيث ان الراوية م - أ صعب

الراوية ع كذلك تكون الراوية أم - مساوية للراوية م - أ ويلزم

من هذا ان يكون المثلث م - ع متساوي الساقين اي ان يكون م -

= أ - فلو وضع أ - بدل مساوية م - في المتسلسلة السابقة

لصارت هكذا

أم : أ - :: أ : ع

فيعلم من هذه المتسلسلة ان صلع المعشر المستطيم المطاوع وسط متساو بين

نصف القطر والجزء الاصغر أم ومن هاتين طريقتيه رسمية هي

ان يقسم نصف القطر أ - ع الى قسمين أم و م ع بحيث يكون

القسم الاكبر وهو م ع وسطا متساويا بين نصف القطر أ - ع وجزءه

الاصغر أم ثم تؤخذ نقطة بالسيكار بقدر القسم الاكبر المسمى ك وويرك

في اي نقطة من محيط الدائرة ويوضع الطرف الثاني من السيكار في نقطة اخرى

من المحيط وينقل السيكار مرة ثالثة وثالثة وهكذا حتى يرجع الى نقطة

الابتداء فيقسم المحيط الى عشرة اقواس متساوية ثم يوصل او تارتلك

الاقواس فيتشكل المعشر المستطيم المطاوع

* (النتيجة الاولى) *

اذا كان المطاوع رسم خمس مستطيم داخل الدائرة

الدائرة مضلع منتظم مشابه له

قطر يقة ذلك ان يوصل من المركز الى رؤس زوايا الشكل المعلوم خطوط
مستقيمة مثل $و ر و ق ح و ط الخ$ فهذه الخطوط تقطع محيط
الدائرة في نقط مثل $أ و ب و ج و د الخ$ فاد اوصلت الاوتار $أ ب$
 $و ب ج و ج د و د ح و ح ط الخ$ فحدث مضلع داخل الدائرة مشابه للمضلع المعلوم
المرسوم خارجها

أو توصل اوتار بين نقط تماس المحيط بالمضلع الخارج فيحدث ايضا
مضلع داخل الدائرة مشابه للمضلع المعلوم المرسوم خارجها
(النتيجة الثانية)*

يمكن ان يرسم على الدائرة جميع الاشكال المنتظمة التي علت كبقية زواياها
في هذه الدائرة وبالعكس

(الدعوى التاسعة الطولية)*

(شكل ١٦٠ من اللوحة ٦)*

كل مضلع منتظم مساحته تساوى حاصل ضرب محيطه في ربع قطر الدائرة
المرسومة داخله

(برهانها) ان يقال ليكن $ح ط ع$ الخ مضلعاً منتظماً فمساحة المثلث
 $ح ط ع$ تساوى $ح ط \times \frac{1}{2}$ ومساحة المثلث $ح ط د$ تساوى
 $ط د \times \frac{1}{2}$ وحيث أن $ح ط د = ح ط ع$ تكون مساحة
مجموع المثلثين هكذا

$(ح ط + ط د) \times \frac{1}{2} = ح ط د$ فاذا اخذت مساحة جميع المثلثات
المشتمل عليها المضلع يشاهد ان مساحة المضلع المدكور تساوى حاصل ضرب
محيطه في $\frac{1}{2} ح ط$ اي في ربع القطر وهو المطلوب

(تلييه)*

اعلم ان الخط $ح ط$ الذي هو نصف قطر الدائرة المرسومة داخل المضلع هو
عين العمود المنزل من المركز على احد اضلاعه

- وطالما اعتقد المتقدمون ان هذه المصلعات المستطمة هي التي يمكن رسمها
- داخل الدائرة بواسطة طرق الهندسة الاصلية ابرها بواسطة حل المعادلات
- الخبرية دوات الدرجة الاولى والثانية الى ان ظهر المعلم عوس المساوي
- وبرهن في كتابه الذي طبع في احببة ساقسوياسة الف وثمانمائة وواحد من
- تاريخ المبلاد انه يمكن بواسطة طرق مشابهة للطرق التي ذكرت ان يرسم داخل
- الدائرة مصلع مستطم عددا اصلاعه سبعة عشر صلعا يمكن ايضا ان يرسم اي
- مصلع مستطم عددا اصلاعه $2 + 1$ شرط ان يكون $2 + 1$
- عددا اوليا

(الدعوى الشاملة العملية)

(شكل ١٦٠ من اللوحة ٦)

اداعلم مصلع مستطم مرسوم داخل دائرة وكان المطلوب ان يرسم على هذه

الدائرة مصلع مشابه له

- فطريقة ذلك ان تصف الاقواس $ا$ و $ب$ و $ج$ و $د$ الخ سقط مثل
- $م$ و $ن$ و $س$ الخ ثم يند من تلك النقاط خطوط مستقيمة مماسة لمحيط
- الدائرة مثل $دح$ و $عط$ و $طع$ الخ فيحدث من تلاقي هذه
- الخطوط مصلع مستطم مشابه للمصلع المعلوم $ا ب ج د هـ و$ وتكون كل ثلاث
- تنظم مثل $ق$ و $س$ و $ح$ على مستقيم واحد لانه حيث كانت اصلاعه
- المصلع المرسوم على الدائرة موازية لخطوطها من المصلع المرسوم داخل
- الدائرة تكرر كل زاوية من زوايا المصلع الخارج مساوية لمطيرتها من المصلع
- الداخل وحيث كانت زوايا المصلع الداخل متساوية تكون زوايا المصلع
- الخارج كذلك وقد تقر في النظرية الرابعة ان كثيرا الاضلاع المرسوم على
- الدائرة ان كان متساوي الزوايا كان متساوي الاضلاع فقد ثبت بهذا ان
- المصلع $س ر ح ط$ الخ مستطم وهو المطلوب

(النتيجة الاولى)

اداعلم مصلع مستطم مرسوم على دائرة وكان المطلوب ان يرسم داخل هذه

الدائرة

المصلحة الثاني :: آ. ر. ج. : آ. ه. ر. ط. د. ه. ط.

* (الدعوى الحادية عشر العائدة) *

* (شكل ١٦٢ الثانى) *

ساط اصغر من كل خط محيط به

رب الخط المحنى او المكسر او المركب مهمما الذى لا يقطعه
طتين

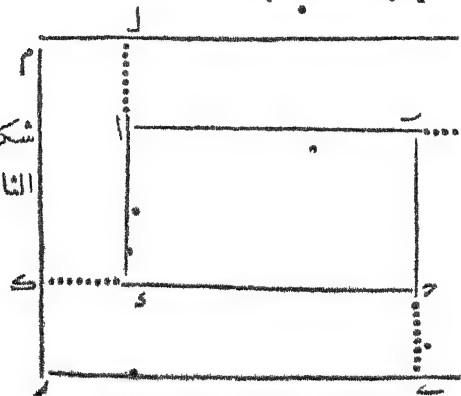
قال ليكن ا ر ج خطا مكسرا محذبا و ه و ر م خطا
المحذ ا ر ج فلو مدت الاصلع ا ر و ر ج و ج
واحدة حتى قطع الخط المحيط لحدث هذه المتباينات

$$\begin{aligned} + ر ج &> ا ل + ل ه + ه ح \\ + ح ج &> ر ج + ج و + و ح \\ + د ك &> ح ج + ج ر + ر ك \\ + ا ل &> د ك + ك م + م ل \end{aligned}$$

المتباينات طرفا لطرف وحدت الاجزاء المشتركة من كل من

+ ر ج + د ا > ه و + و ر + ر م + م ه
على ان كل خط محذبا كما ما كان عددا اصلعه فهو دائما
المحيط به وهو المطلوب

شكل ١٦٢
الثانى



* (الدعوى العاشرة المطرية)

* (شكل ١٦١ من اللوحة ٦) *

نسبة محيطات المصالحات المستظمة المتحدة في عدد الاصلاح الى بعضها كنسبة انصاف اقطار الدوائر المرسومة داخلها وكنسبة انصاف اقطار الدوائر المرسومة خارجها ونسبة سطوح المصالحات المذكورة الى بعضها كنسبة من يعات انصاف الاقطار المذكورة

(برهان القضية الاولى) ان يقال ليكن ا - احد اضلاع المصلى مستطلم
مركزه هـ فيكون اه هو نصف قطر الدائرة المرسومة عليه ويكون
العمود هـ الزل على ا - هو نصف قطر الدائرة المرسومة داخله
وليكن ايضا جـ احد اضلاع المصلى المستطلم الآخر و المقطة ط مركزه
فيكون ط ر هو نصف قطر الدائرة المرسومة عليه ويكون العمود ط س
الزل على ر جـ هو نصف قطر الدائرة المرسومة داخله حيث ان الزاوية
ا ص ف زاوية المصلى الاول والزاوية ر ب ف زاوية المصلى الثانى تكون
الزاوية ا مساوية للزاوية ر وايضا تكون الزاوية س مساوية للزاوية
جـ ويلزم من هذا ان يكون المثلث ا - هـ متساويا للمثلث جـ ط
وكذا يلزم ان يكون المثلث ا د هـ متساويا للمثلث ر س ط ويلزم من هذا
ان يكون

ا : ح :: هـ . زط : هـ : ط

وهو المطلوب

(وبرهان القصيدة النائية) ان يقال حيث ان

ا- : رح :: اھ : رط :: ھ : ط

وان المقادير المتناسبة من بعاطها متناسبة كما تقر في علم الحساب فيكون

ا : ح :: ح : ط :: ط : ه :: ه : ز :: ز : س

وحيث ان نسبة المصلحين المدكورين الى بعضهم كنسبة هربعي ضلعيين
متساطين يكون .

* (تنبيه) *

يمكن ان يرسم حرف من مصلع مستطمد داخل اكبر القطعين و $\text{حرف } \text{و} \text{ط} \text{ح}$
 وان يرسم حرف آخر مشابه له على القطع الاصغر بحيث تكون اطراف المصلعين
 محصورة بين المحيطين ويكون في العمل ذلك ان يقسم القوس وسر الى قسمين
 متساويين ثم الى اربعة اقسام متساوية ثم الى ثمانية اقسام متساوية وهكذا
 حتى يحصل حرف اصغر من القوس سـهـ

ويطلق قسم المصلع المستطمد على الشكل المحدود بمحملة او تارة متساوية
 مسرومة في القوس ور من احد طرفيه الى الاخر وهذا القسم وان
 وجدت فيه خواص المصلع المستطمد وهي تساوى الاضلاع والروايا واما كان
 رسمه في الدائرة ورسم الدائرة فيه الا انه لا يكون حرف من مصلع مستطمد الا اذا
 كان القوس الموترا احد اضلاعه حرفا داخل في المحيط اعني الا اذا اشمل
 محيط الدائرة على قوسه سـر ارا صحيفة بدون باق

* (الدعوى الثالثة عشر الطرية) *

نسبة محيطي الدائرتين الى بعضهما كنسبة نصف قطريهما
 ونسبة الدائرتين الى بعضهما كنسبة مربعي نصف قطريهما
 (برهام) ان يعال لورسم في الدائرتين مصلعان مستطمان متساويان للرم
 ان تكون نسبة محيطي هذين المصلعين الى بعضهما كنسبة نصف قطري
 الدائرتين المرسومتين على المصالحين المدكورين وان تكون نسبة سطحي هذين
 المصلعين الى بعضهما كنسبة مربعي نصف القطرين المدكورين كما تقرر ذلك
 في الطريقة العاشرة وحيث انه يمكن اعتبار الدائرة مصلعا مستطما لا حصر
 لعدد اضلاعه ينتج من ذلك ان نسبة محيطي الدائرتين الى بعضهما كنسبة
 نصف قطريهما وان نسبة الدائرتين الى بعضهما كنسبة مربعي نصف
 قطريهما وهو المطلوب

* (تعريف) *

الاقواس المتشابهة والقطع المتشابهة والتطوع المتشابهة هي التي تقابل

* (الدعوى الثانية عشر المطرية) *

* (شكل ١٦٤ من اللوحة ٧) *

كل دائرتين متحدتي المركز يمكن دائماً ان يرسم داخل كراهما مصلع منتظم
اصلاعه لا تقطع محيط الصعري وان يرسم على محيط الصعري مصلع منتظم
اصلاعه لا تقطع محيط الكري

(برهان القسبة الاولى) ان يقال ليكن Γ ا نصف قطر الدائرة الصعري
و Γ' نصف قطر الكري ولورسم مستقيم مثل $\Delta\epsilon$ مماس لمحيط
الصعري في النقطة Δ ومد على استقامته حتى انتهى الى محيط الكري
في نقطتين مثل Δ و ϵ ورسم داخل الدائرة الكري مصلع منتظم من
المصلعات المستظمة الممكن رسمها داخل الدائرة بواسطة العمليات المتقدمة
ونصف الاقواس المؤثرة باصلاعه ووصلت اوباراً نصف هذه الاقواس
لتشكل مصلع منتظم عدد اصلاعه ص ϵ عدد اصلاع الاول ولودووم على
تنصيف هذه الاقواس لتحصل قوس مثل Γ اصغر من القوس $\Delta\epsilon$
ولودرس ان النقطة Γ هي وسط القوس $\Gamma\epsilon$ لظهر ان الوتر $\Gamma\epsilon$
اعدم المركز عن الوتر $\Delta\epsilon$ وان المصلع المنتظم الذي احده اصلاعه Γ
لا يقطع محيط الدائرة التي نصف قطرها Γ وهو المطلوب

(وبرهان القسبة الثانية) ان يقال لو وصل $\Gamma\epsilon$ و $\Gamma\Delta$ اللذان
يقطعان المماس $\Delta\epsilon$ في Γ و Δ لكان كل واحد اصلاع
المصلع المنتظم المرسوم على الدائرة الصعري المتشابه للمصلع المرسوم داخل
الدائرة الكري الذي ضلعه Γ

وحيث ان الخط $\Gamma\epsilon$ اصغر من الخط $\Gamma\Delta$ يظهر ان المصلع المرسوم
على الدائرة الصعري الذي ضلعه Γ لا يقطع محيط الدائرة الكري
فيعلم من ذلك انه يمكن بواسطة العمل المتقدم ان يرسم مصلع منتظم داخل
الدائرة الكري وان يرسم مصلع مشابه له على محيط الدائرة الصعري بحيث
تكون اضلاعهما محصورة بين محيطي الدائرتين

* (تذييل) *

الطريقة التاسعة فإذ كانت أضلاع هذا المصنع صغيرة جداً يتحدد محيطه
محيط الدائرة وحينئذ تكون مساحة الدائرة مساوية لما احتته أي لحاصل
ضرب محيطها في ربع قطرها وهو المطلوب

(النتيجة الأولى)

(شكل ١٦٨ من اللوحة ٧)

كل قطع دائرة مساحته تساوي حاصل ضرب قوسه في ربع قطرها لأن نسبة
القطع $ا-د$ الى الدائرة الكاملة كنسبة القوس $ا-م-د$ الى المحيط
الكامل $ا-د$ كما تقرر ذلك في المقالة الثانية أو كنسبة القوس $ا-م-د$
 $\times \frac{1}{4}$ الى المحيط $ا-د$ $\times \frac{1}{4}$ وحيث ان مساحة الدائرة
 $=$ المحيط $ا-د$ $\times \frac{1}{4}$ \times $ا$ ينتج ان مساحة القطع $ا-د = ا-م-د$
 $\times \frac{1}{4}$ \times $ا$ وهو المطلوب

(النتيجة الثانية)

إذا مر بالمرس $م$ و $م$ لمحيطة دائريين سر مور لقطر واحد $هـ-م-ا$ بالمرس
 $ق$ ولقطر الآخر بالمرس $ق$ حدث

$م : م :: ق : ق$ أو

$م : ق :: م : ق$

أعني ان النسبة بين أي محيط دائرة وقطرها واحدة في سائر الدوائر
والعادة ان يرسم بالحرف $ط$ لمحيط الدائرة التي قطرها واحد فعلى هذا
يكون

$م . ق :: ط : ا$ ومن هذه المساسة ينتج أن

$م = ط \times ق = ط \times ٢$ $نق = ٢ ط$ $نق$

(ونق رمر لصف القطر)

وحيث ان كل دائرة مساحتها تساوي حاصل ضرب محيطها في ربع قطرها

الروايات المركبة المتساوية

٢ (الدعوى الرابعة عشر المطوية) *

(شكل ١٦٦ من اللوحة ٧)

نسبة القوسين المتشابهين الى بعضهما كنسبة نصفي قطريهما
ونسبة القطعين المتشابهين الى بعضهما كنسبة مربعي نصفي قطريهما
(رهان القصبة الاولى) ان يقال لكن الراوية د مساوية للراوية ط
فيكون

القوس سا : المحيط ا د :: الزاوية د : ٤ قوائم
وكذا يكون

القوس ده : المحيط ط د :: الزاوية ط : ٤ قوائم
ويلزم من هذا ان يكون

القوس سا : القوس ده :: المحيط ا د : المحيط ط د
وحيث ان المحيط ا د : المحيط ط د :: ا د : ط د يكون
القوس سا : القوس ده :: ا د : ط د وهو المطلوب
(ورهان القصبة الثانية) ان يقال حيث ان

القطع ا د : الدائرة ا د :: الراوية د : ٤ قوائم و
القطع د ط : الدائرة د ط :: الراوية ط : ٤ قوائم يكون
القطع ا د : القطع د ط :: الدائرة ا د : الدائرة د ط

وحيث ان الدائرة ا د : الدائرة د ط :: ا د : د ط يكون

القطع ا د : القطع د ط :: ا د : د ط وهو المطلوب

(الدعوى الخامسة عشر النظرية)

كل دائرة مساحتها تساوي حاصل ضرب محيطها في ربع قطرها
(برهانها) ان يقال لو رسم على الدائرة مضلع مستقيم لكات مساحته مساوية
لحاصل ضرب محيطه في ربع قطر الدائرة المرسومة داخله كما قرر ذلك في

السطرية

٣١٤١٥٩٢٦٥٣ وقد مر هذا الكسر الى
عشرين بل الى المائة والاربعين وهذه الكسور التي
الدرجة حصل بها التقريب الكافي كما لا يخفى وكثيرا
في الحد اثباتا بتبارط $= ٣١٤١٥٩٢٦$ وهذا
النسبة الحقيقية باقل من خمس عشرة ملايين فصح من هذا

$\frac{٢٢}{٧}$ يريد عن النسبة الحقيقية باقل من $\frac{١}{٧٩}$
* (الدعوى السادسة عشر العملية) *

* (شكل ١٦٩ من اللوحة ٧) *

ستطمان متشابهان احدهما مرسوم داخل دائرة والاخر
كل المطلوب ايجاد سطح المصالح المستطيم المرسوم داخل الدائرة
لاعه ضعف عدد اضلاع الشكل الداحل المعلوم ثم ايجاد
سطح المرسوم على الدائرة الذي عنده اضلاعه ضعف عدد
الخارج المعلوم فطريقة ذلك ان يقال

هذا اضلاع المصالح المستطيم الرسوم داخل الدائرة و هو
هذا اضلاع المصالح المستطيم المشابه له المرسوم على الدائرة وله كن
مر كرتك الدائرة فلو وصل الوتر ام ورسم المماسات الى
ان الوتر ام هو اضلاع المصالح المستطيم المرسوم داخل
داضلاعه ضعف عدد اضلاع المصالح المرسوم داخل
ثم فالحظ لك الذي هو ضعف الخط لم يكون هو واحد
لمرسوم على الدائرة المشابه للمصالح الداحل الذي ضلعه ام
نلم انه يمكن احراء العمل كما ذكرى الراوية ادم على سائر
في تساويها

ب ا لمساحة المضلع المرسوم داخل الدائرة الذي ضلعه ا-
مساحة المضلع المشابه له المرسوم على الدائرة

مساحة المضلع المرسوم داخل الدائرة الذي ضلعه ام

يتبع من ذلك ان الدائرة التي نصف قطرها نق

$$\text{مما حتماً} = ٢ ط نق \times \frac{1}{٢} نق = ط نق$$

(تسميه)

اعلم ان مسألة ايجاد خط مستقيم يساوى محيط دائرة معلومة تؤل الى ايجاد مقدار النسبة المرموز لها بالحرف ط اي الى ايجاد طول محيط الدائرة التي قطرها واحد

وكذلك مسألة ايجاد مربع مكافئ لدائرة معلومة تؤل الى ايجاد مربع مكافئ مستطيل قاعدته تساوى محيط الدائرة المعلومة وارتفاعه يساوى ربع قطرها

والى الان لم يمكن ايجاد النسبة الحقيقية بين محيط الدائرة وقطرها راعا الى ان يمكن ايجاد نسبة تقريبية فقط ولكن بواسطة الكسور المتسلسلة وحساب المتواليات صارت تلك النسبة في اقصى درجة من التقريب بحيث لو وحدت النسبة الحقيقية فلاثرة فيها زيادة عماد كـ

وقبل ان يعلم حساب المتواليات على وجه الاثنان كان المهندسون المتقدمون يدلون الوسع ما استطاعوا في حل هذه المسئلة واما الان فقد صارت في حيز الاهمال لكى لا حل تمرين المبتدئين وتوسيع مباحث افكارهم احدهم من المهندسين المتقدمين مهندس يسمى ارشميدس وبين

ان النسبة بين محيط الدائرة وقطرها محصورة بين $\frac{1}{7}$ و $\frac{3}{71}$ و $\frac{1}{7}$ و $\frac{3}{71}$ أو بين $\frac{22}{7}$ و $\frac{22}{7}$ و $\frac{22}{7}$ فغلى هذا يكون $\frac{1}{7}$ و $\frac{3}{71}$

أو $\frac{22}{7}$ مقداراً مقرباً من النسبة المذكورة رائداً عنها باقل من $\frac{1}{217}$ ولكونه اسهل من غيره كان هو الممارى الاستعمال ومن المتقدمين مهندس

يسمى سينيوس استخرج مقدار هذه النسبة اشد قرباً مما ذكر وهو $\frac{355}{113}$

وبالجمله فقد استخرج بمعرفة المباحث من المهندسين مقدار ط بواسطة الكسور الاعشارية وقدموها الى درجة التقريب ما استطاعوا حتى وصلوا

الى هذه الاعداد

• مشترکہ فی ۷ وارتمعا مشترکایکون

حلم : حلم :: لم : له

وہم من کون الخط لہ سہما للراویۃ ہوم ان یكون

ل م : له : لم : كنه ردائي في الطريقه السابعة عشر

المقالة الثالثة وحيتان $\mathfrak{m} = \mathfrak{a}$ يكون

$$m : 1 :: m : m$$

وہاں سے کون الحط اے مواریا الحط ہم ان کو

ج۱ : ج۲ :: د۳ : د۴ : وقد سبق ان

ج ۵ . م ۱ :: ۱ : آ و بیخ ان

دلم : اوله : ا : ا : ومن هذه المسألة يتضح أن

$$1 : 1 :: 1 : 1$$

اں دل + دل = دھم ہکون

حلم : هم :: ا : ا-ا : ا

$$1 + 1 : 12 :: 100 : 1200$$

"وحيث ان ۲ حلیم = ۱ لکے بکوں

جاء : هم :: ١٢ : ١ + ١

وحيث ان ذلك : مهم :: الشكل : الشكل - يكون

$$1 + 1 : 17 : 4 : 2 : 2$$

• ومن هذه المناسبة يدبح أن •

$$\frac{-x_1}{1+1} = \text{و جیٹان } \bar{a} = -x_1 \text{ یکنون}$$

وهو المطلوب $\frac{-x \pm 12}{-x \pm 1} = -$

والحرف \bar{c} مساحة المصلى المشابهة المرسوم على الدائرة الذى ضلعه \bar{c}

ولايجاد مقدار \bar{a} و \bar{c} يقال

اولا حيث ان للثلثين \bar{a} و \bar{c} رأسا مشتركا في \bar{a} وارتفاعا واحدا يكون

$$\bar{a} : \bar{c} :: \bar{a} : \bar{c} \quad \text{وايضا}$$

$$\bar{a} : \bar{c} :: \bar{a} : \bar{c} \quad \text{الشكل ١ : الشكل ٢ فينتج ان}$$

$$\bar{a} : \bar{c} :: \bar{a} : \bar{c}$$

وايضا حيث ان للثلثين \bar{a} و \bar{c} رؤسا مشتركة في \bar{a} وارتفاعا واحدا يكون

$$\bar{a} : \bar{c} :: \bar{a} : \bar{c}$$

وايضا $\bar{a} : \bar{c} :: \bar{a} : \bar{c}$ الشكل ٢ : الشكل ٣ فينتج ان

$$\bar{a} : \bar{c} :: \bar{a} : \bar{c}$$

ويلزم من كون الخط \bar{a} سواريا للخط \bar{c} ان يكون

$$\bar{a} : \bar{c} :: \bar{a} : \bar{c}$$

وحيث ان $\bar{c} : \bar{a} :: \bar{c} : \bar{a}$ يكون

$$\bar{a} : \bar{c} :: \bar{a} : \bar{a}$$

$$\bar{a} = \bar{a} \times \bar{c}$$

اعني ان مساحة الشكل \bar{a} وسط متناسب بين مساحتي الشكلين المعلومين وهو المطلوب

وثانيا لايجاد مقدار \bar{c} يقال حيث ان للثلثين \bar{a} و \bar{c} رؤسا مشتركة

وحيث علمت مساحة السادس عشرى المسطرم المرسوم داخل الدائرة
ومساحة السادس عشرى المسطرم المرسوم على الدائرة توجد بواسطتهما
مساحة المصارع المسطرم الذى عدد اضلاعه ٣٢ فادادووم على احراء
العمل بهذه الكيفية توجد مساحة المصارع المسطرم الذى عدد اضلاعه ٦٤
ثم مساحة المصارع المسطرم الذى عدد اضلاعه ١٢٨ ثم مساحة المصارع
المسطرم الذى عدد اضلاعه ٢٥٦ وهكذا حتى لا يبق الا فرق يسير جدا
بين مساحة الشكل المرسوم داخل الدائرة ومساحة الشكل المرسوم
خارجها

وحيث ان الدائرة محصورة بين الشكلى والفرق بين مساحتي هذين الشكلى
يسير جدا لا يساوى حراً من عشرة ملاين يعلم من ذلك انه يمكن ان تتأخر
مساحة احد هذين الشكلى مساوية لمساحة الدائرة وان مساحة الدائرة
تساوى حاصل ضرب محيطها فى ربع قطرها
وقد رقت الحمايات المتوافقة فى جدول هاتصورته

* (الدعوى السابعة عشر العملية) *

إذا كان المطلوب إيجاد نسبة تقريبية بين محيط الدائرة وقطرها
 بطريقة ذلك ان يقال لو فرض ان نصف قطرها $= ١$ لكان صلح المربع
 المرسوم داخلها $= ٢٧$ كما يقرر ذلك في تنبيه الدعوى الخامسة العملية
 وحيث ان صلح المربع المرسوم على الدائرة مساو لقطرها يكون صلح المربع
 المذكور مساويا للعدد ٢ ويلزم من هذا ان تكون مساحة المربع المرسوم
 داخل الدائرة مساوية للعدد ٢ ومساحة المربع المرسوم عليها $= ٤$
 فادامر بالحرف ١ لمساحة المربع المرسوم داخل الدائرة وبالحرف ٢
 لمساحة المربع المرسوم عليها يكون $١ = ٢$ و $٤ = ٤$
 وبقتضى ما ذكر في الدعوى العملية المتقدمة تكون مساحة المثلث المستطيم

المرسوم داخل الدائرة المرموز له بالحرف أ هكذا

$$٢٨٢٨٤٢٧١ = ٨٧ = ٢ \times ٢٧ = - \times ١٧ = \bar{أ}$$

وتكون مساحة المثلث المستطيم المرسوم على الدائرة المرموز له بالحرف ب
 هكذا

$$٣٣١٣٧٠٨٥ = \frac{١٦}{٨٧+٢} = \frac{٤ \times ٢ \times ٢}{٨٧+٢} = \frac{- \times ١٢}{- \times ١٧+١} = \bar{ب}$$

وحيث علمت مساحة المثلث المستطيم المرسوم داخل الدائرة ومساحة المثلث
 المستطيم المرسوم على الدائرة توجد بواسطتهما مساحة السادس عشرى
 المستطيم المرسوم داخل الدائرة ومساحة السادس عشرى المستطيم المرسوم
 على الدائرة ويلزم لذلك ان يعرض جديدا ان

$$٣٣١٣٧٠٨٥ = \bar{ب} \text{ و } ٢٨٢٨٤٢٧١ = ١$$

$$\text{فيخرج ان } \bar{أ} = - \times ١٧ = ٣٠٦١٤٦٧٤$$

$$\text{و } \bar{ب} = \frac{- \times ١٢}{١+١} = ٣١٨٢٥٩٧٩$$

وحيث

* (امثلة)

* (المثال الاول)

دخول مستقيم يكافئ محيط دائرة قطرها معين
 قطر الدائرة المعلومة الى سدسة اقسام متساوية ثم
 مد عليه بعد تقدير سبع القطر المعلوم ثم يكرر هذا العمل
 وصل المطلوب بالخليل من الترتيب

* (المثال الثاني)

ادرس اح دكافئ دائرة معلومة
 عن الوسط المتناسب بين مستقيمين احدهما يساوي
 ربع والاخر يساوي ربع قطرها فالوسط المتناسب
 ربع المطلوب

اسب بين مستقيمين احدهما يساوي ربع
 اخر يساوي نصف قطرها فالوسط المتناسب الذي ينتج
 اصلح المربع المطلوب

اسب بين مستقيمين احدهما يساوي ربع محيط الدائرة
 او قطرها فالوسط المتناسب الذي ينتج من هذه العملية
 ربع

* (المثال الثالث)

ادرس اح دكافئ مربع معلوم

بالطرف م اصلح المربع المعلوم وبالطرف د للدائرة
 ربع نصف قطرها فعلى منطوق المثال يكون

$$= ط نق = \frac{٢٢}{٧} \times نق = فينتج ان$$

$$: \frac{٢٢}{٧} = \frac{٢٧}{٢٢} = ٧ م \times \frac{٢}{٢٢} اي$$

$$: ٧ : نق : \frac{٢}{٢٢}$$

عدد الاضلاع	مساحة المصراع الداحل	مساحة المصراع الخارج
٤	٢٠٠٠٠٠٠٠	٤٠٠٠٠٠٠٠
٨	٢٨٢٨٤٢٧١	٢٣١٣٧٠٨٥
١٦	٣٦١٤٦٧٤	٣١٨٢٥٩٧٩
٣٢	٣١٢١٤٤٥١	٣١٥١٧٢٤٩
٦٤	٣١٣٦٥٤٨٥	٣١٤٤١١٨٤
١٢٨	٣١٤٠٣٣١١	٣١٤٢٢٢٣٦
٢٥٦	٣١٤١٢٧٧٢	٣١٤١٧٥٠٤
٥١٢	٣١٤١٥١٣٨	٣١٤١٦٣٢١
١٠٢٤	٣١٤١٥٧٢٩	٣١٤١٦٠٢٥
٢٠٤٨	٣١٤١٥٨٧٧	٣١٤١٥٩٥١
٤٠٩٦	٣١٤١٥٩١٤	٣١٤١٥٩٣٣
٨١٩٢	٣١٤١٥٩٢٣	٣١٤١٥٩٢٨
١٦٣٨٤	٣١٤١٥٩٢٥	٣١٤١٥٩٢٧
٣٢٧٦٨	٣١٤١٥٩٢٦	٣١٤١٥٩٢٦

فيعلم من ذلك ان سطح الدائرة = ٣١٤١٥٩٢٦ وحيث انه صار
تقديم الكسر الاعشارى الى سابع حاة وتزله النواقي حسبت الكسور زيادة
ترقيم حاة ليكون الناتج من الحساب فى غاية من التقريب
وحيث ان مساحة الدائرة مساوية لماصل ضرب محيطها فى ربع قطرها ينتج
من ذلك انه اذا كان نصف قطرها واحدا يكون نصف المحيط
= ٣١٤١٥٩٢٦ وان كان قطرها واحدا يكون المحيط
= ٣١٤١٥٩٢٦ فتبين ان مقدار ط الذى هو النسبة التفريرية
بين محيط الدائرة وقطرها = ٣١٤١٥٩٢٦ وهو المطلوب

(امثلة)

ان يكون المطلوب معرفت مقدار قطر الدائرة التي مساحتها تسعة وثلاثين ذراعاً معاً بعواسهى الذراع المربع طريقة دلاً ان يرمر بالحرف و للقطر المطلوب وبالحرف بق لصفه وبالحرف د للمساحة المولومة وعلى مسطوق المثال يكون

$$\begin{aligned} \text{د} = \text{ط} \times \text{بق} &= \text{ط} \times \frac{3}{2} = \frac{3}{2} \times \text{ط} = \text{بق} \\ \text{د} \times \frac{1}{2} &= \text{بق} \times \frac{1}{2} = \text{بق} \text{ ومن هذه المعادلة نتج ان} \\ \text{بق} &= \text{د} = \frac{11}{12} = \frac{314}{11} = \frac{14}{11} \times (39 + \frac{3}{2}) \text{ وان} \\ \text{بق} &= \frac{14}{11} \times (39 + \frac{3}{2}) \end{aligned}$$

ويستلزم ذلك انه لا يحاد قطر الدائرة بعد معرفة مساحتها يلزم ان تصرف المساحة المولومة في اربعة عشر و يقسم حاصل الصرف على احدى عشر ثم يؤخذ حراً الناتج فيكون المحصل من الحر مساوياً بالتقدير لقطر المطلوب

المثال الثاني

ان يكون المطلوب معرفت مقدار طول القوس الذي مقداره ٤٥ درجة و ٢٠ دقيقة سر ص ان نصف قطره ٤ و ٥ امتار بطريقة ذلك ان يخذ من النسبة الكائنة بين هذا القوس وربع المحيط ثم تصرف هذه النسبة في طول ربع المحيط فينتج المطلوب وصورة العملية هكذا

$$\begin{aligned} ٢٠ + ٤٥ &= ٦٥ \times ٢٥ + ٢٠ = ١٦٢٠ \\ ١٦٢٠ &= ٢٧٢٠ \text{ وربع المحيط} = ٩٠ \times ٦٥ \end{aligned}$$

٥٤٠٠

والنسبة الكائنة بين ١٦٢٠ و ٥٤٠٠ $= \frac{١٦٢٠}{٥٤٠٠} = \frac{١٨}{١٣٥}$ من ربع المحيط وطول ربع المحيط $= \frac{٢}{3} \times ٤ = ٥$ فاذن يكون طول

ويعلم من هذه المتباعدة ان نصف قطر الدائرة المطلوبه وسط متباعد بين
مستقيمين احدهما يساوى تسعة امثال صلح المربع المعالوم والاخر يساوى
جراً من اثنين وعشرين جزء من صلح المربع المدكور
(المثال الرابع)

ان يكون المطلوب معرفة مقدار محيط الدائرة التي قطرها خمس اذرع
فطريقة ذلك ان يرسم بالحرف م للمحيط المطلوب فعلى منطوق المثال يكون
 $10 + \frac{0}{5} = \frac{11}{5} = 0 \times \frac{22}{5} = 0 \times ط = م$
اي ان المحيط المطلوب يساوى خمسة عشر ذراعاً وخمسة اسياع الذراع
(المثال الخامس)

ان يكون المطلوب معرفة مقدار قطر الدائرة التي محيطها سبعة واربعون
ذراعاً وسبع دراع
فطريقة ذلك ان يرسم بالحرف ن للقطر المطلوب فعلى منطوق المثال يكون
 $\frac{1}{5} + 47 = ط \times 5 = ن \times \frac{22}{5}$ ومن هذه المعادلة ينح ان
 $10 = \frac{(47 + \frac{1}{5}) \times 5}{22} = \frac{22}{5} : (47 + \frac{1}{5}) = ن$
اي ان القطر المطلوب يساوى خمسة عشر ذراعاً
(المثال السادس)

ان يكون المطلوب معرفة مقدار مساحة الدائرة التي قطرها خمس اذرع
فطريقة ذلك ان يرسم بالحرف د لمساحة الدائرة المطلوبه فعلى منطوق
المثال يكون

$5 \times ط = ن \times \frac{22}{5} = 5 \times \frac{22}{5} = 22$
أو $19 + \frac{9}{12} = \frac{279}{12} = 20 \times \frac{11}{12} = د$
اي ان المساحة المطلوبه تساوى تسعة عشر ذراعاً واثنا عشر اسياعاً
اربعة عشر جزءاً من الذراع المربع
(المثال السابع)

ربالمرس $م$ للمحيط الآخر وبالمرس $نق$ لنصف قطره وبالطرف $م$
 للمحيط المطلوب وبالمرس $نق$ لنصف قطره فعلى منطوق المسال يكون
 $م = م + م$ وحيث أن $م = ٢ ط نق ر م = ٢ ط نق$
 $م = ٢ ط نق$ يكون
 $١ ط نق = ٢ ط نق + ٢ ط نق = ٢ ط (نق + نق)$
 ينتج أن $نق = نق + نق$
 أى أن نصف قطر المحيط المطلوب يساوى مجموع نصفي قطري المحيطين
 العلويين

المثال الثاني

أن يكون المطلوب إيجاد محيط دائرة يساوى فاضل محيطين معلومين بطريقة
 ذلك أن يبحث عن فاصل نصفي قطري المحيطين العلويين فيخرج نصف قطر
 المحيط المطلوب

المثال الثالث

أن يكون المطلوب إيجاد محيط دائرة يساوى مجموع جملته محيطات معلومة
 بطريقة ذلك أن يبحث عن مستقيم يساوى مجموع انصاف اقطار المحيطات
 المعلومة فيكون هو نصف قطر المحيط المطلوب

المثال الرابع

أن يكون المطلوب إيجاد محيط دائرة يساوى الناصب بين جملته محيطات
 معلومة وبجملته محيطات كذلك وطريقه ذلك أن يبحث عن محيط يساوى جملته
 المحيطات الأول ثم يبحث عن محيط آخر يساوى جملته المحيطات الآخر ثم عن
 محيط يساوى فاصل هذين المحيطين فيكون هو المحيط المطلوب
 أمثله في جميع الدوائر وطرحها

المثال الاول

أن يكون المطلوب إيجاد دائرة تساوى مجموع جملته دوائر معلومة بطريقة
 ذلك أن يرمر بالمرس $ب$ لأحدى الدوائر المعلومة وبالمرس $نق$ لنصف

القوس المطلوب هكذا

$$س = \frac{٦٠}{١٢} ، ط = \frac{٢٠}{٣} ، ٥ = \frac{٢٠}{٤} ، ٤ = \frac{٢٠}{٥} ، ٣ = \frac{٢٠}{٦}$$

وصورة العا بـ بواسطة النوعان يتم هكذا

$$سُعا ٢٤ = ٩٨٤٧٨٢٠٩$$

$$نوعا ط = ٩٧١٢٩٥$$

$$لعا ٤ و ٥ = ٧٣٢١٩٣٨$$

$$مكمل نوعا ١٢٥ = ٨٦٩٦٦٦٣$$

$$لدا س = ٦٨٨٩$$

$$فيكون س = ٢٧٢٦ و ٢ امتار$$

والتروك في هذا المذرا اقل ربح من عشرة الاف من المزاى اقل من

عشر المليمتر

المثال التاسع :

ان يكون المطلوب ايجاد مساحة قطع دائرة نصف قطرها اثني عشر مترا

وقوسه يساوي ٦٠ درجة وطريق ذلك ان يبحث عن طول هذا القوس

ثم يصرب الناتج في ربع القطر فينتج المطلوب

وصورة العملية هكذا

$$\text{القوس } ٢٠ ط نق :: ٦٠ : ٣٦$$

$$\text{القوس} = \frac{٢٠ \times \text{نق} \times ٦٠}{٣٦٠} = \frac{٢٠ \times \text{ط} \times ١٢}{٣٠} = ٤ ط$$

$$\text{والقطع} = ٤ ط \times ٦ = ٢٤ ط = ٧٥٠٣٩٦٠ \text{ مترا}$$

من بعاه هو المطلوب

امثلة في جمع محيطات الدوائر وطرحها

المثال الاول

ان يكون المطلوب ايجاد محيط دائرة يساوي مجموع محيطين معلومين فطريقة

ذلك ان يرسم بالرمز γ لاجد المحيطين المعلومين وبالرمز η لـ نصف قطره

وبالرمز

له من المثل

المثال الثالث

ان يكون المطلوب إيجاد الأصل بين حلة دوائر معلومة وحلة دوائر كذلك
قطريته دالة ان يبحث عن دائرة تساوي حلة الدوائر الاولى ثم يبحث أيضا
عن دائرة تساوي حلة الدوائر الاخرى ثم عن دائرة تساوي حاصل هاتين
الدائريتين تكون هي الاثرية المطلوبة
اهـ (١) في د ر م حطاب الاثرية تقسيم

المثال الاول

• اذا لم يحيط بمثل م وكل المثلثات المتساوية قطريته دلت ان
يرمز بالرسم بق نصف قطر المحيط المتساوي بالرسم م للحملة المطالب
والرسم بق نصف قطره على قطر المتساوي يكون م = ٢ م
• وحسب ان م = ٢ م = ٢ م = ٢ م = ٢ م
• تكون ٢ م = ٢ م = ٢ م = ٢ م

وهذه المتساوية ان م = ٢ م

اعني ان نصف قطر المحيط المتساوي يساوي نصف قطر المحيط المتساوي

المثال الثاني

• اذا لم يحيط بمثل م وكل المثلثات المتساوية قطريته دلت ان
طريقه لا ان يرسم بالرسم بق نصف قطر المحيط المتساوي والرسم م
• للحملة المطلوب بالرسم بق نصف قطره على قطر المحيط المتساوي يكون
• م = ٣ م وحسب ان م = ٢ م = ٢ م
• م = ٢ م = ٢ م = ٢ م = ٢ م = ٢ م = ٢ م = ٢ م
• ومن هذه المتساوية يتبع ان م = ٣ م

• اعني ان نصف قطر المحيط المتساوي يساوي ثلاثة اثمان نصف قطر المحيط
المعالم

المثال الثالث

غيرها وبالمرس \mathcal{D} للدائرة الثانية المعلومة كذلك وبالمرس \mathcal{B} لنصف قطرها وبالمرس \mathcal{D} للدائرة الثالثة وبالمرس \mathcal{B} لنصف قطرها وبالمرس \mathcal{D} للدائرة المطلوبة وبالمرس \mathcal{B} لنصف قطرها فعلى المثال يكون

$$\mathcal{D} = \mathcal{D}_1 + \mathcal{D}_2 + \mathcal{D}_3 + \dots + \mathcal{D}_n$$

وحيث ان

$$\mathcal{D} = \mathcal{D}_1 \text{ و } \mathcal{D} = \mathcal{D}_2 \text{ و } \mathcal{D} = \mathcal{D}_3 \text{ و } \mathcal{D} = \mathcal{D}_4 \text{ و } \mathcal{D} = \mathcal{D}_5 \text{ و } \mathcal{D} = \mathcal{D}_6 \text{ و } \mathcal{D} = \mathcal{D}_7 \text{ و } \mathcal{D} = \mathcal{D}_8 \text{ و } \mathcal{D} = \mathcal{D}_9 \text{ و } \mathcal{D} = \mathcal{D}_{10}$$

$$\text{فيكون } \mathcal{D} = \mathcal{D}_1 + \mathcal{D}_2 + \mathcal{D}_3 + \mathcal{D}_4 + \mathcal{D}_5 + \mathcal{D}_6 + \mathcal{D}_7 + \mathcal{D}_8 + \mathcal{D}_9 + \mathcal{D}_{10}$$

$$\text{فيستخرج ان } \mathcal{D} = \mathcal{D}_1 + \mathcal{D}_2 + \mathcal{D}_3 + \mathcal{D}_4 + \mathcal{D}_5 + \mathcal{D}_6 + \mathcal{D}_7 + \mathcal{D}_8 + \mathcal{D}_9 + \mathcal{D}_{10}$$

اعني ان مربع نصف قطر الدائرة المطلوبة يساوي مجموع مربعات انصاف اقطار الدوائر المعلومة

المثال الثاني

ان يكون المطلوب ايجاد دائرة تساوي فاصل دائرتين معلومتين بطريقة ذلك ان يرص بالمرس \mathcal{D} للدائرة الكبرى وبالمرس \mathcal{B} لنصف قطرها وبالمرس \mathcal{D} للدائرة الصغرى وبالمرس \mathcal{B} لنصف قطرها وبالمرس \mathcal{D} للدائرة المطلوبة وبالمرس \mathcal{B} لنصف قطرها فعلى المثال يكون

$$\mathcal{D} = \mathcal{D}_1 \text{ و } \mathcal{D} = \mathcal{D}_2 \text{ و } \mathcal{D} = \mathcal{D}_3 \text{ و } \mathcal{D} = \mathcal{D}_4 \text{ و } \mathcal{D} = \mathcal{D}_5 \text{ و } \mathcal{D} = \mathcal{D}_6 \text{ و } \mathcal{D} = \mathcal{D}_7 \text{ و } \mathcal{D} = \mathcal{D}_8 \text{ و } \mathcal{D} = \mathcal{D}_9 \text{ و } \mathcal{D} = \mathcal{D}_{10}$$

$$\text{و } \mathcal{D} = \mathcal{D}_1 \text{ يكون}$$

$$\mathcal{D} = \mathcal{D}_1 \text{ و } \mathcal{D} = \mathcal{D}_2 \text{ و } \mathcal{D} = \mathcal{D}_3 \text{ و } \mathcal{D} = \mathcal{D}_4 \text{ و } \mathcal{D} = \mathcal{D}_5 \text{ و } \mathcal{D} = \mathcal{D}_6 \text{ و } \mathcal{D} = \mathcal{D}_7 \text{ و } \mathcal{D} = \mathcal{D}_8 \text{ و } \mathcal{D} = \mathcal{D}_9 \text{ و } \mathcal{D} = \mathcal{D}_{10}$$

$$\text{فيستخرج ان } \mathcal{D} = \mathcal{D}_1 + \mathcal{D}_2 + \mathcal{D}_3 + \mathcal{D}_4 + \mathcal{D}_5 + \mathcal{D}_6 + \mathcal{D}_7 + \mathcal{D}_8 + \mathcal{D}_9 + \mathcal{D}_{10}$$

اعني ان مربع نصف قطر الدائرة المطلوبة يساوي فاصل مربعي نصفي قطري

الدائرتين

المثال يكون
 ونحيث ان
 يكون
 ومن هذه المتساوية يتبع ان $نق = نق \times \frac{3}{5}$
 اعني ان نصف قطر المحيط المطلوب يساوي ثلاثة اقسام نصف قطر المحيط
 المعلوم
 امثلة في صرب الدوائر ونقسمها

المثال الاول

اذا علمت دائرة مثل $د$ وكان المطلوب إيجاد دائره ضعهما بطريقة ذلك
 ان يرمر بالرمر $نق$ لنصف قطر الدائرة المعلومه وبالرمر $ك$ للدائرة
 المطلوبة وبالرمر $نق$ لنصف قطرهما على منطوق المثال يكون
 $ك = ٢ د$ وحيث ان $د = ط نق$ و $ك = ط نق$ يكون
 $ط نق = ٢ ط نق$ ومن هذه المتساوية يتبع ان $نق = ٢ نق$
 اعني ان مربع نصف قطر الدائرة المطلوبة ضعف مربع نصف قطر الدائرة
 المعلومه

المثال الثاني

اذا علمت دائرة مثل $د$ وكان المطلوب إيجاد دائره ثلاثة امثلها
 فطوبقه ذلك ان يرمر بالرمر $نق$ لنصف قطر الدائرة المعلومه وبالرمر $ك$
 للدائرة المطلوبة وبالرمر $نق$ لنصف قطرهما على منطوق المثال يكون
 $ك = ٣ د$ وحيث ان $د = ط نق$ و $ك = ط نق$ يكون
 $٣ ط نق = ٣ ط نق$ ومن هذه المتساوية يتبع ان $نق = ٣ نق$
 اعني ان مربع نصف قطر الدائرة المطلوبة ثلاثة امثال مربع نصف قطر

إذا علم محيط مثل م وكان المثلثون اتحاد محيط آخر مساوي المحيط المعلوم
 م م م و ن كية معينة مثل د
 قطر م د ذلك أن يرسم بالرسم نق نصف قطر المحيط المعلوم وبالرسم م
 للمحيط المثلثون وبالرسم نق نصف قطره فعلى منطوق المثال يكون

$$م = م \times د$$
 وحيث أن $م = د$ ط نق و $م = د$ ط نق
 يكون $د = د$ ط نق $د \times د$
 ومن هذه المساوية ينتج أن $د = د$ ط نق $د \times د$
 أعني أن نصف قطر المحيط المثلثون مساوي نصف قطر المحيط المعلوم م م م و ن
 على الكمية التي يراد ضرب المحيط المعلوم فيها

المثال الرابع

إذا علم محيط مثل م وكان المثلثون اتحاد محيط آخر مساوي المحيط المعلوم
 م م م و ن كية معينة مثل د
 قطر م د ذلك أن يرسم بالرسم نق نصف قطر المحيط المعلوم وبالرسم م
 للمحيط المثلثون وبالرسم نق نصف قطره فعلى منطوق المثال يكون

$$م = د$$
 وحيث أن $م = د$ ط نق و $م = د$ ط نق
 يكون $د = د$ ط نق $د \times د$
 ومن هذه المساوية ينتج أن $د = د$ ط نق $د \times د$

أعني أن نصف قطر المحيط المثلثون مساوي نصف قطر المحيط المعلوم م م م و ن
 على الكمية التي يراد قسمتها المحيط المعلوم عليها

المثال الخامس

أن يكون المثلثون اتحاد محيط ستة إلى محيط معلوم كسمة ٣ إلى ٥
 وطريقة ذلك أن يرسم بالرسم م للمحيط المعلوم وبالرسم نق نصف قطره
 وبالرسم م للمحيط المثلثون وبالرسم نق نصف قطره فعلى منطوق

المثال

اعني ان مربع نصف قطر الدائرة المطلوبة يساوي مربع نصف قطر الدائرة
المعلومة مقسوما على الكمية التي يراد تقسيم الدائرة المعلومة عليها

المثال الخامس

ان يكون المطلوب انشاء دائرة مستقيمة الى دائرة معلومة كمنه ٣ الى ٥
طريقة ذلك ان يرسم بالحرف د للدائرة المعلومة ~~س~~ الرق نصف
قطرها وبالرسم د' للدائرة المطلوبة وبالرسم نق' نصف قطرهما على
مسطوق المثال يكون

$$د : د' :: ٣ : ٥$$

وحيث ان

$$د : د' :: نق' : نق'$$

يكون

$$نق' : نق' :: ٣ : ٥$$

ومن هذه المتاسبة ينتج ان

$$نق' = نق' \times \frac{٣}{٥}$$

اعني ان مربع نصف قطر الدائرة المطلوبة يساوي ثلاثة اجزاء من مربع نصف
قطر الدائرة المعلومة

الدائرة المعلومة

المثال الثاني

ادعيت دائرة مثل γ وكان المطلوب إيجاد دائرة أخرى تساوي الدائرة
المعلومة مصروبه في كمية معينة مثل δ

فطريقة ذلك أن يرسم بالرسم نق لنصف قطر الدائرة المعلومة وبالرسم γ
للدائرة المطلوبة وبالرسم نق لنصف قطرها وعلى منطوق المثال يكون
 $\gamma = \delta \times \delta$ وحيث أن $\delta = \delta$ و $\delta = \delta$ يكون $\delta = \delta$ ومن هذه المتساوية ينتج أن
 $\delta = \delta$

اعني أن مربع نصف قطر دائرة المطلوبة يساوي مربع نصف قطر الدائرة
المعلومة مصروبا في الكمية التي يراد ضرب الدائرة المعلومة فيها

المثال الرابع

ادعيت دائرة مثل γ وكان المطلوب إيجاد دائرة أخرى تساوي الدائرة
المعلومة مقسومة على كمية معينة مثل δ

فطريقة ذلك أن يرسم بالرسم نق لنصف قطر الدائرة المعلومة وبالرسم γ
للدائرة المطلوبة وبالرسم نق لنصف قطرها وعلى منطوق المثال يكون
 $\gamma = \frac{\delta}{\delta}$ وحيث أن

$$\delta = \delta \text{ و } \delta = \delta \text{ يكون } \delta = \delta$$

$$\delta = \delta \text{ و } \delta = \delta \text{ يكون } \delta = \delta$$

$$\delta = \delta \text{ و } \delta = \delta \text{ يكون } \delta = \delta$$

اعني

وقد تم طبع الجزء الاول من النسخة العربية في تهذيب الاصول الهندسية

بدار المطبعة العاهرة المنشأة بولاق مصر القاهرة في ايام دولة

صاحب الراى السيد . محصرة افنديا بولى المم محمد السعيد

ووافق تمام طبع تحت ملاحظة ناظر المطبعة العاهرة

المذكورة ايات المنافع الشهورة محصرة على

اندلى جوده بعه الله مأموله وقصده في الخامس

والعشرين من رحب الفرد سنة ١٢٧٤ هـ ألف

ومائتين وأربعة وسبعين من الهجرة

الروية على صاحبها أفصل

الصلاة راركي

النسخة

وقد أرح تمام طبع هذا الجزء الكثير الهوائد المشتغل في تأييد على فليس الدرر

والهوائد راجح توفيق المعيد المدي ' الخ أفندي مجدى مترجم

الكاتب العسكريه وطم عقودها الجوهرية وصرح فيه بدخ بولى المم

دوحه الحمد والبر الشامل والكرم فقال

شركى بمصر دولة الاضاف * ذات العلا والحزم والاسعاف

وبصدرها إلههم الدعيد محمد * خطب المعارف مركز الانتعاف

نبي العلوم بشرها في عصره * ومجبرها من امة الاءلاف

لم لا وقد احبت أوامر لسا * كتبا تتبيل بديع واى

منها الاصول الهندسية ادما * عرف المهندس كل سرخاف

وتنات طبعها فقات دؤرخا * يسبق المهندس من كتاب شافى

١٨٠ ١٩٠ ١٩١ ١٩٢ ١٩٣ ١٩٤ ١٩٥ ١٩٦ ١٩٧ ١٩٨ ١٩٩ ٢٠٠ ٢٠١ ٢٠٢ ٢٠٣ ٢٠٤ ٢٠٥ ٢٠٦ ٢٠٧ ٢٠٨ ٢٠٩ ٢١٠ ٢١١ ٢١٢ ٢١٣ ٢١٤ ٢١٥ ٢١٦ ٢١٧ ٢١٨ ٢١٩ ٢٢٠ ٢٢١ ٢٢٢ ٢٢٣ ٢٢٤ ٢٢٥ ٢٢٦ ٢٢٧ ٢٢٨ ٢٢٩ ٢٣٠ ٢٣١ ٢٣٢ ٢٣٣ ٢٣٤ ٢٣٥ ٢٣٦ ٢٣٧ ٢٣٨ ٢٣٩ ٢٤٠ ٢٤١ ٢٤٢ ٢٤٣ ٢٤٤ ٢٤٥ ٢٤٦ ٢٤٧ ٢٤٨ ٢٤٩ ٢٥٠ ٢٥١ ٢٥٢ ٢٥٣ ٢٥٤ ٢٥٥ ٢٥٦ ٢٥٧ ٢٥٨ ٢٥٩ ٢٦٠ ٢٦١ ٢٦٢ ٢٦٣ ٢٦٤ ٢٦٥ ٢٦٦ ٢٦٧ ٢٦٨ ٢٦٩ ٢٧٠ ٢٧١ ٢٧٢ ٢٧٣ ٢٧٤ ٢٧٥ ٢٧٦ ٢٧٧ ٢٧٨ ٢٧٩ ٢٨٠ ٢٨١ ٢٨٢ ٢٨٣ ٢٨٤ ٢٨٥ ٢٨٦ ٢٨٧ ٢٨٨ ٢٨٩ ٢٩٠ ٢٩١ ٢٩٢ ٢٩٣ ٢٩٤ ٢٩٥ ٢٩٦ ٢٩٧ ٢٩٨ ٢٩٩ ٣٠٠ ٣٠١ ٣٠٢ ٣٠٣ ٣٠٤ ٣٠٥ ٣٠٦ ٣٠٧ ٣٠٨ ٣٠٩ ٣١٠ ٣١١ ٣١٢ ٣١٣ ٣١٤ ٣١٥ ٣١٦ ٣١٧ ٣١٨ ٣١٩ ٣٢٠ ٣٢١ ٣٢٢ ٣٢٣ ٣٢٤ ٣٢٥ ٣٢٦ ٣٢٧ ٣٢٨ ٣٢٩ ٣٣٠ ٣٣١ ٣٣٢ ٣٣٣ ٣٣٤ ٣٣٥ ٣٣٦ ٣٣٧ ٣٣٨ ٣٣٩ ٣٤٠ ٣٤١ ٣٤٢ ٣٤٣ ٣٤٤ ٣٤٥ ٣٤٦ ٣٤٧ ٣٤٨ ٣٤٩ ٣٥٠ ٣٥١ ٣٥٢ ٣٥٣ ٣٥٤ ٣٥٥ ٣٥٦ ٣٥٧ ٣٥٨ ٣٥٩ ٣٦٠ ٣٦١ ٣٦٢ ٣٦٣ ٣٦٤ ٣٦٥ ٣٦٦ ٣٦٧ ٣٦٨ ٣٦٩ ٣٧٠ ٣٧١ ٣٧٢ ٣٧٣ ٣٧٤ ٣٧٥ ٣٧٦ ٣٧٧ ٣٧٨ ٣٧٩ ٣٨٠ ٣٨١ ٣٨٢ ٣٨٣ ٣٨٤ ٣٨٥ ٣٨٦ ٣٨٧ ٣٨٨ ٣٨٩ ٣٩٠ ٣٩١ ٣٩٢ ٣٩٣ ٣٩٤ ٣٩٥ ٣٩٦ ٣٩٧ ٣٩٨ ٣٩٩ ٤٠٠ ٤٠١ ٤٠٢ ٤٠٣ ٤٠٤ ٤٠٥ ٤٠٦ ٤٠٧ ٤٠٨ ٤٠٩ ٤١٠ ٤١١ ٤١٢ ٤١٣ ٤١٤ ٤١٥ ٤١٦ ٤١٧ ٤١٨ ٤١٩ ٤٢٠ ٤٢١ ٤٢٢ ٤٢٣ ٤٢٤ ٤٢٥ ٤٢٦ ٤٢٧ ٤٢٨ ٤٢٩ ٤٣٠ ٤٣١ ٤٣٢ ٤٣٣ ٤٣٤ ٤٣٥ ٤٣٦ ٤٣٧ ٤٣٨ ٤٣٩ ٤٤٠ ٤٤١ ٤٤٢ ٤٤٣ ٤٤٤ ٤٤٥ ٤٤٦ ٤٤٧ ٤٤٨ ٤٤٩ ٤٥٠ ٤٥١ ٤٥٢ ٤٥٣ ٤٥٤ ٤٥٥ ٤٥٦ ٤٥٧ ٤٥٨ ٤٥٩ ٤٦٠ ٤٦١ ٤٦٢ ٤٦٣ ٤٦٤ ٤٦٥ ٤٦٦ ٤٦٧ ٤٦٨ ٤٦٩ ٤٧٠ ٤٧١ ٤٧٢ ٤٧٣ ٤٧٤ ٤٧٥ ٤٧٦ ٤٧٧ ٤٧٨ ٤٧٩ ٤٨٠ ٤٨١ ٤٨٢ ٤٨٣ ٤٨٤ ٤٨٥ ٤٨٦ ٤٨٧ ٤٨٨ ٤٨٩ ٤٩٠ ٤٩١ ٤٩٢ ٤٩٣ ٤٩٤ ٤٩٥ ٤٩٦ ٤٩٧ ٤٩٨ ٤٩٩ ٥٠٠ ٥٠١ ٥٠٢ ٥٠٣ ٥٠٤ ٥٠٥ ٥٠٦ ٥٠٧ ٥٠٨ ٥٠٩ ٥١٠ ٥١١ ٥١٢ ٥١٣ ٥١٤ ٥١٥ ٥١٦ ٥١٧ ٥١٨ ٥١٩ ٥٢٠ ٥٢١ ٥٢٢ ٥٢٣ ٥٢٤ ٥٢٥ ٥٢٦ ٥٢٧ ٥٢٨ ٥٢٩ ٥٣٠ ٥٣١ ٥٣٢ ٥٣٣ ٥٣٤ ٥٣٥ ٥٣٦ ٥٣٧ ٥٣٨ ٥٣٩ ٥٤٠ ٥٤١ ٥٤٢ ٥٤٣ ٥٤٤ ٥٤٥ ٥٤٦ ٥٤٧ ٥٤٨ ٥٤٩ ٥٥٠ ٥٥١ ٥٥٢ ٥٥٣ ٥٥٤ ٥٥٥ ٥٥٦ ٥٥٧ ٥٥٨ ٥٥٩ ٥٦٠ ٥٦١ ٥٦٢ ٥٦٣ ٥٦٤ ٥٦٥ ٥٦٦ ٥٦٧ ٥٦٨ ٥٦٩ ٥٧٠ ٥٧١ ٥٧٢ ٥٧٣ ٥٧٤ ٥٧٥ ٥٧٦ ٥٧٧ ٥٧٨ ٥٧٩ ٥٨٠ ٥٨١ ٥٨٢ ٥٨٣ ٥٨٤ ٥٨٥ ٥٨٦ ٥٨٧ ٥٨٨ ٥٨٩ ٥٩٠ ٥٩١ ٥٩٢ ٥٩٣ ٥٩٤ ٥٩٥ ٥٩٦ ٥٩٧ ٥٩٨ ٥٩٩ ٦٠٠ ٦٠١ ٦٠٢ ٦٠٣ ٦٠٤ ٦٠٥ ٦٠٦ ٦٠٧ ٦٠٨ ٦٠٩ ٦١٠ ٦١١ ٦١٢ ٦١٣ ٦١٤ ٦١٥ ٦١٦ ٦١٧ ٦١٨ ٦١٩ ٦٢٠ ٦٢١ ٦٢٢ ٦٢٣ ٦٢٤ ٦٢٥ ٦٢٦ ٦٢٧ ٦٢٨ ٦٢٩ ٦٣٠ ٦٣١ ٦٣٢ ٦٣٣ ٦٣٤ ٦٣٥ ٦٣٦ ٦٣٧ ٦٣٨ ٦٣٩ ٦٤٠ ٦٤١ ٦٤٢ ٦٤٣ ٦٤٤ ٦٤٥ ٦٤٦ ٦٤٧ ٦٤٨ ٦٤٩ ٦٥٠ ٦٥١ ٦٥٢ ٦٥٣ ٦٥٤ ٦٥٥ ٦٥٦ ٦٥٧ ٦٥٨ ٦٥٩ ٦٦٠ ٦٦١ ٦٦٢ ٦٦٣ ٦٦٤ ٦٦٥ ٦٦٦ ٦٦٧ ٦٦٨ ٦٦٩ ٦٧٠ ٦٧١ ٦٧٢ ٦٧٣ ٦٧٤ ٦٧٥ ٦٧٦ ٦٧٧ ٦٧٨ ٦٧٩ ٦٨٠ ٦٨١ ٦٨٢ ٦٨٣ ٦٨٤ ٦٨٥ ٦٨٦ ٦٨٧ ٦٨٨ ٦٨٩ ٦٩٠ ٦٩١ ٦٩٢ ٦٩٣ ٦٩٤ ٦٩٥ ٦٩٦ ٦٩٧ ٦٩٨ ٦٩٩ ٧٠٠ ٧٠١ ٧٠٢ ٧٠٣ ٧٠٤ ٧٠٥ ٧٠٦ ٧٠٧ ٧٠٨ ٧٠٩ ٧١٠ ٧١١ ٧١٢ ٧١٣ ٧١٤ ٧١٥ ٧١٦ ٧١٧ ٧١٨ ٧١٩ ٧٢٠ ٧٢١ ٧٢٢ ٧٢٣ ٧٢٤ ٧٢٥ ٧٢٦ ٧٢٧ ٧٢٨ ٧٢٩ ٧٣٠ ٧٣١ ٧٣٢ ٧٣٣ ٧٣٤ ٧٣٥ ٧٣٦ ٧٣٧ ٧٣٨ ٧٣٩ ٧٤٠ ٧٤١ ٧٤٢ ٧٤٣ ٧٤٤ ٧٤٥ ٧٤٦ ٧٤٧ ٧٤٨ ٧٤٩ ٧٥٠ ٧٥١ ٧٥٢ ٧٥٣ ٧٥٤ ٧٥٥ ٧٥٦ ٧٥٧ ٧٥٨ ٧٥٩ ٧٦٠ ٧٦١ ٧٦٢ ٧٦٣ ٧٦٤ ٧٦٥ ٧٦٦ ٧٦٧ ٧٦٨ ٧٦٩ ٧٧٠ ٧٧١ ٧٧٢ ٧٧٣ ٧٧٤ ٧٧٥ ٧٧٦ ٧٧٧ ٧٧٨ ٧٧٩ ٧٨٠ ٧٨١ ٧٨٢ ٧٨٣ ٧٨٤ ٧٨٥ ٧٨٦ ٧٨٧ ٧٨٨ ٧٨٩ ٧٩٠ ٧٩١ ٧٩٢ ٧٩٣ ٧٩٤ ٧٩٥ ٧٩٦ ٧٩٧ ٧٩٨ ٧٩٩ ٨٠٠ ٨٠١ ٨٠٢ ٨٠٣ ٨٠٤ ٨٠٥ ٨٠٦ ٨٠٧ ٨٠٨ ٨٠٩ ٨١٠ ٨١١ ٨١٢ ٨١٣ ٨١٤ ٨١٥ ٨١٦ ٨١٧ ٨١٨ ٨١٩ ٨٢٠ ٨٢١ ٨٢٢ ٨٢٣ ٨٢٤ ٨٢٥ ٨٢٦ ٨٢٧ ٨٢٨ ٨٢٩ ٨٣٠ ٨٣١ ٨٣٢ ٨٣٣ ٨٣٤ ٨٣٥ ٨٣٦ ٨٣٧ ٨٣٨ ٨٣٩ ٨٤٠ ٨٤١ ٨٤٢ ٨٤٣ ٨٤٤ ٨٤٥ ٨٤٦ ٨٤٧ ٨٤٨ ٨٤٩ ٨٥٠ ٨٥١ ٨٥٢ ٨٥٣ ٨٥٤ ٨٥٥ ٨٥٦ ٨٥٧ ٨٥٨ ٨٥٩ ٨٦٠ ٨٦١ ٨٦٢ ٨٦٣ ٨٦٤ ٨٦٥ ٨٦٦ ٨٦٧ ٨٦٨ ٨٦٩ ٨٧٠ ٨٧١ ٨٧٢ ٨٧٣ ٨٧٤ ٨٧٥ ٨٧٦ ٨٧٧ ٨٧٨ ٨٧٩ ٨٨٠ ٨٨١ ٨٨٢ ٨٨٣ ٨٨٤ ٨٨٥ ٨٨٦ ٨٨٧ ٨٨٨ ٨٨٩ ٨٩٠ ٨٩١ ٨٩٢ ٨٩٣ ٨٩٤ ٨٩٥ ٨٩٦ ٨٩٧ ٨٩٨ ٨٩٩ ٩٠٠ ٩٠١ ٩٠٢ ٩٠٣ ٩٠٤ ٩٠٥ ٩٠٦ ٩٠٧ ٩٠٨ ٩٠٩ ٩١٠ ٩١١ ٩١٢ ٩١٣ ٩١٤ ٩١٥ ٩١٦ ٩١٧ ٩١٨ ٩١٩ ٩٢٠ ٩٢١ ٩٢٢ ٩٢٣ ٩٢٤ ٩٢٥ ٩٢٦ ٩٢٧ ٩٢٨ ٩٢٩ ٩٣٠ ٩٣١ ٩٣٢ ٩٣٣ ٩٣٤ ٩٣٥ ٩٣٦ ٩٣٧ ٩٣٨ ٩٣٩ ٩٤٠ ٩٤١ ٩٤٢ ٩٤٣ ٩٤٤ ٩٤٥ ٩٤٦ ٩٤٧ ٩٤٨ ٩٤٩ ٩٥٠ ٩٥١ ٩٥٢ ٩٥٣ ٩٥٤ ٩٥٥ ٩٥٦ ٩٥٧ ٩٥٨ ٩٥٩ ٩٦٠ ٩٦١ ٩٦٢ ٩٦٣ ٩٦٤ ٩٦٥ ٩٦٦ ٩٦٧ ٩٦٨ ٩٦٩ ٩٧٠ ٩٧١ ٩٧٢ ٩٧٣ ٩٧٤ ٩٧٥ ٩٧٦ ٩٧٧ ٩٧٨ ٩٧٩ ٩٨٠ ٩٨١ ٩٨٢ ٩٨٣ ٩٨٤ ٩٨٥ ٩٨٦ ٩٨٧ ٩٨٨ ٩٨٩ ٩٩٠ ٩٩١ ٩٩٢ ٩٩٣ ٩٩٤ ٩٩٥ ٩٩٦ ٩٩٧ ٩٩٨ ٩٩٩ ١٠٠٠ ١٠٠١ ١٠٠٢ ١٠٠٣ ١٠٠٤ ١٠٠٥ ١٠٠٦ ١٠٠٧ ١٠٠٨ ١٠٠٩ ١٠١٠ ١٠١١ ١٠١٢ ١٠١٣ ١٠١٤ ١٠١٥ ١٠١٦ ١٠١٧ ١٠١٨ ١٠١٩ ١٠٢٠ ١٠٢١ ١٠٢٢ ١٠٢٣ ١٠٢٤ ١٠٢٥ ١٠٢٦ ١٠٢٧ ١٠٢٨ ١٠٢٩ ١٠٣٠ ١٠٣١ ١٠٣٢ ١٠٣٣ ١٠٣٤ ١٠٣٥ ١٠٣٦ ١٠٣٧ ١٠٣٨ ١٠٣٩ ١٠٤٠ ١٠٤١ ١٠٤٢ ١٠٤٣ ١٠٤٤ ١٠٤٥ ١٠٤٦ ١٠٤٧ ١٠٤٨ ١٠٤٩ ١٠٥٠ ١٠٥١ ١٠٥٢ ١٠٥٣ ١٠٥٤ ١٠٥٥ ١٠٥٦ ١٠٥٧ ١٠٥٨ ١٠٥٩ ١٠٦٠ ١٠٦١ ١٠٦٢ ١٠٦٣ ١٠٦٤ ١٠٦٥ ١٠٦٦ ١٠٦٧ ١٠٦٨ ١٠٦٩ ١٠٧٠ ١٠٧١ ١٠٧٢ ١٠٧٣ ١٠٧٤ ١٠٧٥ ١٠٧٦ ١٠٧٧ ١٠٧٨ ١٠٧٩ ١٠٨٠ ١٠٨١ ١٠٨٢ ١٠٨٣ ١٠٨٤ ١٠٨٥ ١٠٨٦ ١٠٨٧ ١٠٨٨ ١٠٨٩ ١٠٩٠ ١٠٩١ ١٠٩٢ ١٠٩٣ ١٠٩٤ ١٠٩٥ ١٠٩٦ ١٠٩٧ ١٠٩٨ ١٠٩٩ ١١٠٠ ١١٠١ ١١٠٢ ١١٠٣ ١١٠٤ ١١٠٥ ١١٠٦ ١١٠٧ ١١٠٨ ١١٠٩ ١١١٠ ١١١١ ١١١٢ ١١١٣ ١١١٤ ١١١٥ ١١١٦ ١١١٧ ١١١٨ ١١١٩ ١١٢٠ ١١٢١ ١١٢٢ ١١٢٣ ١١٢٤ ١١٢٥ ١١٢٦ ١١٢٧ ١١٢٨ ١١٢٩ ١١٣٠ ١١٣١ ١١٣٢ ١١٣٣ ١١٣٤ ١١٣٥ ١١٣٦ ١١٣٧ ١١٣٨ ١١٣٩ ١١٤٠ ١١٤١ ١١٤٢ ١١٤٣ ١١٤٤ ١١٤٥ ١١٤٦ ١١٤٧ ١١٤٨ ١١٤٩ ١١٥٠ ١١٥١ ١١٥٢ ١١٥٣ ١١٥٤ ١١٥٥ ١١٥٦ ١١٥٧ ١١٥٨ ١١٥٩ ١١٦٠ ١١٦١ ١١٦٢ ١١٦٣ ١١٦٤ ١١٦٥ ١١٦٦ ١١٦٧ ١١٦٨ ١١٦٩ ١١٧٠ ١١٧١ ١١٧٢ ١١٧٣ ١١٧٤ ١١٧٥ ١١٧٦ ١١٧٧ ١١٧٨ ١١٧٩ ١١٨٠ ١١٨١ ١١٨٢ ١١٨٣ ١١٨٤ ١١٨٥ ١١٨٦ ١١٨٧ ١١٨٨ ١١٨٩ ١١٩٠ ١١٩١ ١١٩٢ ١١٩٣ ١١٩٤ ١١٩٥ ١١٩٦ ١١٩٧ ١١٩٨ ١١٩٩ ١٢٠٠ ١٢٠١ ١٢٠٢ ١٢٠٣ ١٢٠٤ ١٢٠٥ ١٢٠٦ ١٢٠٧ ١٢٠٨ ١٢٠٩ ١٢١٠ ١٢١١ ١٢١٢ ١٢١٣ ١٢١٤ ١٢١٥ ١٢١٦ ١٢١٧ ١٢١٨ ١٢١٩ ١٢٢٠ ١٢٢١ ١٢٢٢ ١٢٢٣ ١٢٢٤ ١٢٢٥ ١٢٢٦ ١٢٢٧ ١٢٢٨ ١٢٢٩ ١٢٣٠ ١٢٣١ ١٢٣٢ ١٢٣٣ ١٢٣٤ ١٢٣٥ ١٢٣٦ ١٢٣٧ ١٢٣٨ ١٢٣٩ ١٢٤٠ ١٢٤١ ١٢٤٢ ١٢٤٣ ١٢٤٤ ١٢٤٥ ١٢٤٦ ١٢٤٧ ١٢٤٨ ١٢٤٩ ١٢٥٠ ١٢٥١ ١٢٥٢ ١٢٥٣ ١٢٥٤ ١٢٥٥ ١٢٥٦ ١٢٥٧ ١٢٥٨ ١٢٥٩ ١٢٦٠ ١٢٦١ ١٢٦٢ ١٢٦٣ ١٢٦٤ ١٢٦٥ ١٢٦٦ ١٢٦٧ ١٢٦٨ ١٢٦٩ ١٢٧٠ ١٢٧١ ١٢٧٢ ١٢٧٣ ١٢٧٤ ١٢٧٥ ١٢٧٦ ١٢٧٧ ١٢٧٨ ١٢٧٩ ١٢٨٠ ١٢٨١ ١٢٨٢ ١٢٨٣ ١٢٨٤ ١٢٨٥ ١٢٨٦ ١٢٨٧ ١٢٨٨ ١٢٨٩ ١٢٩٠ ١٢٩١ ١٢٩٢ ١٢٩٣ ١٢٩٤ ١٢٩٥ ١٢٩٦ ١٢٩٧ ١٢٩٨ ١٢٩٩ ١٣٠٠ ١٣٠١ ١٣٠٢ ١٣٠٣ ١٣٠٤ ١٣٠٥ ١٣٠٦ ١٣٠٧ ١٣٠٨ ١٣٠٩ ١٣١٠ ١٣١١ ١٣١٢ ١٣١٣ ١٣١٤ ١٣١٥ ١٣١٦ ١٣١٧ ١٣١٨ ١٣١٩ ١٣٢٠ ١٣٢١ ١٣٢٢ ١٣٢٣ ١٣٢٤ ١٣٢٥ ١٣٢٦ ١٣٢٧ ١٣٢٨ ١٣٢٩ ١٣٣٠ ١٣٣١ ١٣٣٢ ١٣٣٣ ١٣٣٤ ١٣٣٥ ١٣٣٦ ١٣٣٧ ١٣٣٨ ١٣٣٩ ١٣٤٠ ١٣٤١ ١٣٤٢ ١٣٤٣ ١٣٤٤ ١٣٤٥ ١٣٤٦ ١٣٤٧ ١٣٤٨ ١٣٤٩ ١٣٥٠ ١٣٥١ ١٣٥٢ ١٣٥٣ ١٣٥٤ ١٣٥٥ ١٣٥٦ ١٣٥٧ ١٣٥٨ ١٣٥٩ ١٣٦٠ ١٣٦١ ١٣٦٢ ١٣٦٣ ١٣٦٤ ١٣٦٥ ١٣٦٦ ١٣٦٧ ١٣٦٨ ١٣٦٩ ١٣٧٠ ١٣٧١ ١٣٧٢ ١٣٧٣ ١٣٧٤ ١٣٧٥ ١٣٧٦ ١٣٧٧ ١٣٧٨ ١٣٧٩ ١٣٨٠ ١٣٨١ ١٣٨٢ ١٣٨٣ ١٣٨٤ ١٣٨٥ ١٣٨٦ ١٣٨٧ ١٣٨٨ ١٣٨٩ ١٣٩٠ ١٣٩١ ١٣٩٢ ١٣٩٣ ١٣٩٤ ١٣٩٥ ١٣٩٦ ١٣٩٧ ١٣٩٨ ١٣٩٩ ١٤٠٠ ١٤٠١ ١٤٠٢ ١٤٠٣ ١٤٠٤ ١٤٠٥ ١٤٠٦ ١٤٠٧ ١٤٠٨ ١٤٠٩ ١٤١٠ ١٤١١ ١٤١٢ ١٤١٣ ١٤١٤ ١٤١٥ ١٤١٦ ١٤١٧ ١٤١٨ ١٤١٩ ١٤٢٠ ١٤٢١ ١٤٢٢ ١٤٢٣ ١٤٢٤ ١٤٢٥ ١٤٢٦ ١٤٢٧ ١٤٢٨ ١٤٢٩ ١٤٣٠ ١٤٣١ ١٤٣٢ ١٤٣٣ ١٤٣٤ ١٤٣٥ ١٤٣٦ ١٤٣٧ ١٤٣٨ ١٤٣٩ ١٤٤٠ ١٤٤١ ١٤٤٢ ١٤٤٣ ١٤٤٤ ١٤٤٥ ١٤٤٦ ١٤٤٧ ١٤٤٨ ١٤٤٩ ١٤٥٠ ١٤٥١ ١٤٥٢ ١٤٥٣ ١٤٥٤ ١٤٥٥ ١٤٥٦ ١٤٥٧ ١٤٥٨ ١٤٥٩ ١٤٦٠ ١٤٦١ ١٤٦٢ ١٤٦٣ ١٤٦٤ ١٤٦٥ ١٤٦٦ ١٤٦٧ ١٤٦٨ ١٤٦٩ ١٤٧٠ ١٤٧١ ١٤٧٢ ١٤٧٣ ١٤٧٤ ١٤٧٥ ١٤٧٦ ١٤٧٧ ١٤٧٨ ١٤٧٩ ١٤٨٠ ١٤٨١ ١٤٨٢ ١٤٨٣ ١٤٨٤ ١٤٨٥ ١٤٨٦ ١٤٨٧ ١٤٨٨ ١٤٨٩ ١٤٩٠ ١٤٩١ ١٤٩٢ ١٤٩٣ ١٤٩٤ ١٤٩٥ ١٤٩٦ ١٤٩٧ ١٤٩٨ ١٤٩٩ ١٥٠٠ ١٥٠١ ١٥٠٢ ١٥٠٣ ١٥٠٤ ١٥٠٥ ١٥٠٦ ١٥٠٧ ١٥٠٨ ١٥٠٩ ١٥١٠ ١٥١١ ١٥١٢ ١٥١٣ ١٥١٤ ١٥١٥ ١٥١٦ ١٥١٧ ١٥١٨ ١٥١٩ ١٥٢٠ ١٥٢١ ١٥٢٢ ١٥٢٣ ١٥٢٤ ١٥٢٥ ١٥٢٦ ١٥٢٧ ١٥٢٨ ١٥٢٩ ١٥٣٠ ١٥٣١ ١٥٣٢ ١٥٣٣ ١٥٣٤ ١٥٣٥ ١٥٣٦ ١٥٣٧ ١٥٣٨ ١٥٣٩ ١٥٤٠ ١٥٤١ ١٥٤٢ ١٥٤٣ ١٥٤٤ ١٥٤٥ ١٥٤٦ ١٥٤٧ ١٥٤٨ ١٥٤٩ ١٥٥٠ ١٥٥١ ١٥٥٢ ١٥٥٣ ١٥٥٤ ١٥٥٥ ١٥٥٦ ١٥٥٧ ١٥٥٨ ١٥٥٩ ١٥٦٠ ١٥٦١ ١٥٦٢ ١٥٦٣ ١٥٦٤ ١٥٦٥ ١٥٦٦ ١٥٦٧ ١٥٦٨ ١٥٦٩ ١٥٧٠ ١٥٧١ ١٥٧٢ ١٥٧٣ ١٥٧٤ ١٥٧٥ ١٥٧٦ ١٥٧٧ ١٥٧٨ ١٥٧٩ ١٥٨٠ ١٥٨١ ١٥٨٢ ١٥٨٣ ١٥٨٤ ١٥٨٥ ١٥٨٦ ١٥٨٧ ١٥٨٨ ١٥٨٩ ١٥٩٠ ١٥٩١ ١٥٩٢ ١٥٩٣ ١٥٩٤ ١٥٩٥ ١٥٩٦ ١٥٩٧ ١٥٩٨ ١٥٩٩ ١٦٠٠ ١٦٠١ ١٦٠٢ ١٦٠٣ ١٦٠٤ ١٦٠٥ ١٦٠٦ ١٦٠٧ ١٦٠٨ ١٦٠٩ ١٦١٠ ١٦١١ ١٦١٢ ١٦١٣

